EINDEXAMENS VWO EN HAVO, EERSTE TIJDVAK 2001.

In dit artikel vindt u diverse gegevens betreffende de verschillende examens, eerste tijdvak, wiskunde havo en vwo van mei 2001. Alle examens zijn te downloaden via de website van de NVvW (http://www.nvvw.nl/cse-2001.html).

[Petra Boon, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Gerard Stroomer]

Inleiding

Als er in dit artikel sprake is van resultaten van deze examens, dan dient men te bedenken dat dit steeds betrekking heeft op resultaten die voortvloeien uit de steekproefgegevens die het Cito jaarlijks verzamelt. Slechts doordat een grote meerderheid van de betrokken docenten de gegevens van de kandidaten van hun school op tijd aan het Cito verstrekt, is het geven van overzichten als het nu volgende mogelijk. Daarvoor onze dank.
Aan de hand van de toets- en itemanalyse op grond van de steekproefgegevens en met behulp van meningen van docenten die centrale of regionale besprekingen, georganiseerd onder auspiciën van de NVvW, bijgewoond hebben, zijn door de CEVO op dinsdag 12 juni 2001 de diverse N-termen vastgesteld.
In de hiernaast staande tabellen zijn allerlei gegevens rond de vaststelling van de N-termen vermeld. U treft daarin behalve algemene gegevens van de diverse examens, zoals aantallen deelnemende kandidaten, gemiddelde score en percentage onvoldoenden, ook per examen een overzicht van de p'-waarde van iedere afzonderlijke vraag. Deze p'-waarde is de gemiddelde score van een vraag uitgedrukt in procenten van de maximumscore van die vraag.
In de hierna volgende deelbijdragen gewijd aan de verschillende examens wordt ook regelmatig direct of indirect naar de gegevens in deze tabellen verwezen. Bovendien is het op basis van de algemene gegevens mogelijk, snel een vergelijking te maken tussen verschillende examens die betrekking hebben op min of meer vergelijkbare populaties. Bij vwo kan dit interessante aspecten opleveren omdat dit jaar het eerste jaar was dat de vroegstartende vwo-scholen met hun Tweede-fase-leerlingen aan de eindmeet belandden. Ruim 120 scholen hoorden bij de vroegstarters. De rest van de vwo-scholen deed dit jaar voor het laatst, uiteraard los van de nog te komen bezemexamens, eindexamen in de vakken wiskunde A en B, hier genoemd A-oud respectievelijk B-oud.
In de bijdragen over de verschillende wiskunde-examens wordt af en toe verwezen naar reacties van docenten, gebaseerd op centrale dan wel regionale besprekingen van deze examens. Een uitgebreid verslag van deze besprekingen vindt u elders in deze Euclides (zie pagina 20) in een artikel van Jan de Geus.

HAVO WISKUNDE A

[Kees Lagerwaard]

Havo A12

Dit was het eerste landelijke examen volgens het nieuwe programma.
Uit de steekproef bleken 2111 kandidaten een gemiddelde score van ruim 53 punten te hebben behaald. Nadat de CEVO de normeringsterm N vaststelde op 1, was hun gemiddeld cijfer 6,3. Ongeveer 23% van de kandidaten scoorde een onvoldoende.
Dat is een aardig resultaat, waarbij aangetekend moet worden dat alle leerlingen voor vraag 8 alle 6 punten kregen. Zonder dit genereuze gebaar zou het gemiddelde net boven de 6 hebben gelegen en zouden er ongeveer 30% onvoldoenden zijn geweest. En dat terwijl dit naar de mening van veel docenten toch wel een vrij voorzichtig examen was.
De opgave *Misdrijven* was de start van dit examen. De eerste vragen waren echte binnenkomers waarop de kandidaten heel goed scoorden en die de ergste examenspanning moesten wegnemen. Overigens viel de score op vraag 3 nogal tegen (p' = 26) en was vraag 5 de moeilijkste vraag van het examen met een score van 24%. Vreemd dat exponentiële groei waarbij de gegevens overzichtelijk werden gepresenteerd, zoveel problemen opleverde.

Tabel 1: Algemene gegevens havo-examens

	havo-A1,2	havo-B1	havo-B1,2
aantal kandidaten	14182	4931	5034
gemiddelde score	53	45	50
standaarddeviatie	12	12	11
betrouwbaarheid	67	71	69
schaallengte	90	79	80
N-term	1,0	1,0	0,9
percentage onvoldoenden	23	32	20
gemiddeld cijfer	6,3	6,1	6,5

Tabel 2: Algemene gegevens VWO-examens

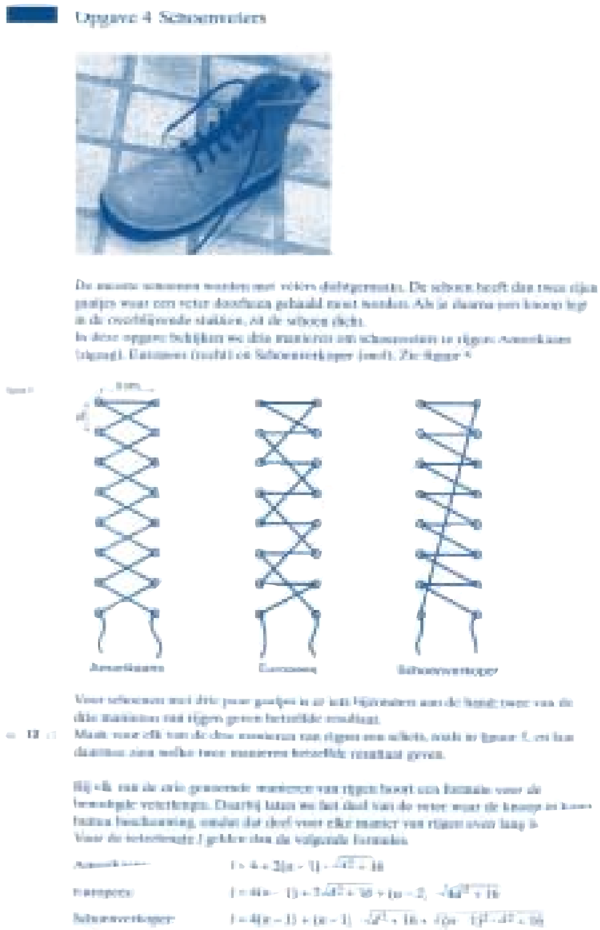
	vwo-A	vwo-A1	vwo-A1,2	vwo-B	vwo-B1	vwo-B1,2
aant. kand.	20583	1250	2052	10687	1594	1475
gem. score	58	49	50	52	42	46
standaarddev.	15	12	14	15	14	14
betr.baarheid	79	74	77	77	75	78
schaallengte	90	80	90	90	91	91
N-term	1,0	1,0	1,4	1,0	1,8	1,7
perc. onvold.	18	19	25	31	38	29
gem. cijfer	6,8	6,6	6,4	6,2	5,9	6,2

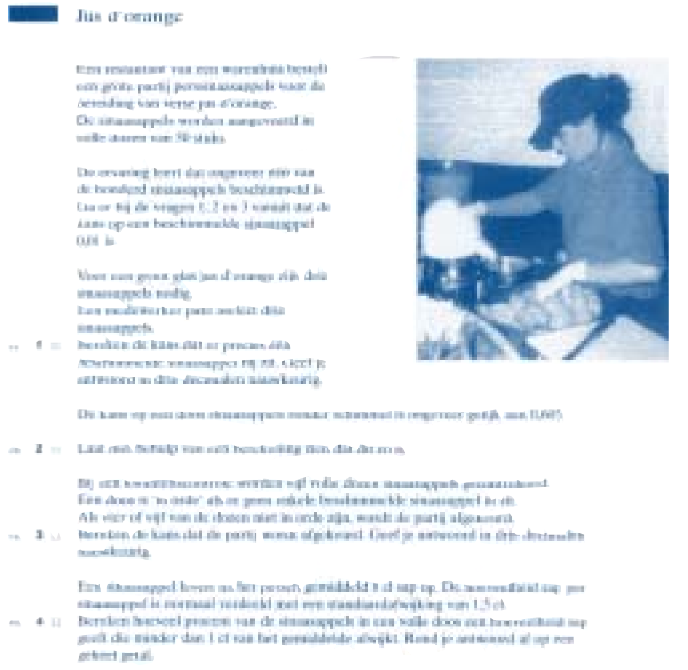
Tabel 3: p'-waarden van de afzonderlijke vragen havo en vwo

Vraag	havo-A1,2	havo-B1	havo-B1,2
1	93	64	81
2	81	73	94
3	26	44	65
4	77	58	74
5	24	74	84
6	93	92	63
7	80	27	80
8	100	66	37
9	97	59	51
10	31	50	85
11	37	28	74
12	75	75	83
13	67	38	79
14	58	89	60
15	56	41	39
16	33	49	38
17	67	41	33
18	42	83	17
19	44	69	-
20	27	-	-

Vraag	vwo-A	vwo-A1	vwo-A1,2	vwo-B	vwo-B1	vwo-B1,2
1	83	56	67	86	57	92
2	66	46	52	85	34	82
3	87	31	37	64	40	87
4	79	52	80	47	69	14
5	69	75	15	76	34	59
6	44	75	57	41	92	18
7	82	83	47	32	40	90
8	47	59	86	82	74	81
9	69	80	71	31	6	33
10	74	66	84	45	48	58
11	44	65	75	78	7	24
12	71	51	38	45	87	47
13	87	82	63	20	69	59
14	80	82	82	-	66	57
15	56	77	66	-	29	48
16	44	74	33	-	37	29
17	63	24	35	-	12	26
18	91	56	65	-	-	32
19	73	55	71	-	-	-
20	24	-	39	-	-	-
21	58	-	-	-	-	-

De p'-waarden van een vraag is de gemiddelde score, uitgedrukt in procenten van de maximumscore van die vraag.





Uit het examen havo A12

Uit het examen havo B1

Verwarming begon met twee goed gemaakte vragen. Bij vraag 8 zijn de examenmakers het slachtoffer geworden van hun pogingen de formulering van stam en vraag zo helder en leesbaar mogelijk te maken. Het streven was de kandidaat te helpen door expliciet aan te geven dat de afgeleide alleen geldig was tot 200 m^3. Dat was in feite overbodig, aangezien in de tekst erboven stond wat het geldigheidsgebied van de functie zelf was. Voorts werd in de vraag gekozen voor het eenvoudiger woord ‘grotere’ in plaats van ‘toenemende’.
Maar daardoor kon er volgens sommige docenten verwarring ontstaan. Kennelijk mag je, volgens hen, van leerlingen niet verwachten dat ze een formule alleen maar onderzoeken op het gebied waar die formule geldig is. De CEVO besloot mogelijk nadeel voor kandidaten uit te sluiten door iedereen 6 punten voor deze vraag te geven.
De kleurenblinde en de glasbak had een zeer eenvoudige start/inleefvraag. De volgende kansvragen waren een stuk moeilijker.
Het idee van de opgave is uit het leven gegrepen. Een aanzienlijk aantal mensen is kleurenblind en kan groene en bruine flessen niet van elkaar onderscheiden. De opgave voert de kandidaat door deze problematiek. De eerste vraag betreft een werkwijze waar de kleurenblinde zijn gekleurde flessen maar willekeurig in de gaten voor groen en bruin gooit. Dan krijgt hij extra informatie: er zijn 4 keer zo veel groene als bruine flessen. Hij ontwikkelt een slimmere werkwijze: hij mag aannemen dat die verhouding ook voor zijn lege flessen geldt en gooit de flessen conform die verhouding in de gaten. Die nieuwe werkwijze is inderdaad slimmer zoals zal blijken uit het antwoord op vraag 10. Nu gaat het verhaal in de opgave nog een stapje verder: er bestaan nog betere werkwijzen. In vraag 11 wordt gevraagd er een te geven. Daarbij moet worden aangetoond dat die werkwijze ook echt beter is.
Uit de resultaten blijkt dat de laatste vraag van deze opgave wat beter werd gemaakt (p’ = 37) dan de voorlaatste (p’ = 31) en dat geeft te denken. De wiskundige activiteit in de laatste vraag is vergelijkbaar met die van vraag 9, maar in vraag 10 moet eerst een aanpak bedacht worden. Het is onwaarschijnlijk dat leerlingen die de voorlaatste vraag niet konden maken, met de laatste succesvoller zijn. De conclusie lijkt gewettigd dat een aantal correctoren punten heeft toegekend voor oplossingen in de trant van ‘Hij vraagt vooraf zijn buurvrouw stickertjes op de flessen te plakken met de woorden bruin of groen’. Dergelijke oplossingen komen uiteraard niet in het antwoordmodel voor en zijn ook niet te verdedigen met een beroep op algemene regel 3.3. Die beoordelingsregel spreekt van ‘aantoonbare vakinhoudelijke argumenten’ en die zijn er voor zo’n antwoord niet. Om de tekst boven deze vraag dicht te timmeren om dergelijke ‘spitsvondige’ oplossingen te

Lawaaitrauma

Als je langdurig harde geluiden hoort, kunnen klachten ontstaan, zoals stress of gehoorbeschadiging. Men spreekt dan van een lawaaitrauma.

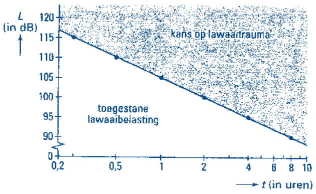
In Noorwegen bleek het aantal militairen met een lawaaitrauma tussen 1 januari 1982 en 1 januari 1988 te zijn verdubbeld.
Op 1 januari 1982 hadden 4500 van hen een aantoonbaar lawaaitrauma.
Neem aan dat het aantal militairen met zo'n trauma in de periode 1982–1988 exponentieel toenam.

5p **17** □ Bereken het aantal militairen dat op 1 januari 1985 een lawaaitrauma had. Rond je antwoord af op honderdtallen.

In de Verenigde Staten heeft men rond 1990 vastgesteld dat geluidssterktes van meer dan 90 dB (decibel) waaraan iemand langer dan 8 uur per dag (een werkdag) wordt blootgesteld, een lawaaitrauma kunnen opleveren.
Ter bescherming van de werknemers is daarom de volgende norm ingevoerd:
- bij een voortdurende geluidssterkte van 90 dB bedraagt de maximale werktijd 8 uur;
- bij elke toename van de geluidssterkte met 5 dB moet de maximale werktijd gehalveerd worden.

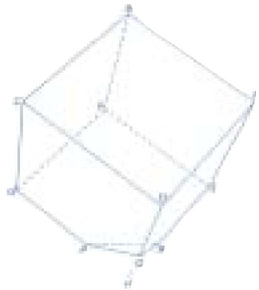
In het assenstelsel van figuur 2 is een lijn getekend. Deze lijn geeft het verband weer tussen de geluidssterkte en de maximaal toegestane werktijd, zoals die gebruikt wordt voor industrielawaai in de VS.
L is de geluidssterkte in dB en t is de maximaal toegestane werktijd in uren.

figuur 2



De Europese norm is sinds enkele jaren strenger dan de norm van de VS:
- bij een voortdurende geluidssterkte van 80 dB bedraagt de maximale werktijd 8 uur;
- bij elke toename van de geluidssterkte met 3 dB moet de maximale werktijd gehalveerd worden.

Showmodel



Uit de examens havo B1 en B12

voorkomen, leek de examenmakers ongewenst. Teksten in examenopgaven moeten niet langer dan noodzakelijk zijn en de 'flow' van de opgave leek duidelijk genoeg aan te sturen op een serieuze aanpak van de vragen.
In de ogen van de examenmakers was dit een mooie open vraag die een beroep doet op inzicht in waarschijnlijkheidsrekening. Het zou dan ook heel jammer zijn als dergelijke vragen niet meer in een wiskunde-examen kunnen worden opgenomen omdat niet alle correctoren bereid zijn een score toe te kennen conform het scoringsvoorschrift.
De opgave *Schoenveters* werd behoorlijk goed gemaakt. Hoewel sommige docenten de vragen 'veel van hetzelfde' vonden, zijn de vragen 14, 15 en 16 de meest discriminerende van het examen. Samen met vraag 17 droegen deze vragen het meest bij aan de betrouwbaarheid van de toets. Vraag 16 is een onderzoeksvraag waar de GR heel nuttig is. De score was met 33% niet erg hoog.
In *Casino* werd op de statistiekvragen redelijk gescoord. De kans in vraag 20 werd slechts door 11% helemaal correct berekend. Maar liefst 45% van de kandidaten behaalde hiervoor geen enkel scorepunt.
Volgens onze gegevens komt 6% van de A12-kandidaten uit het profiel C&M. Zij hebben hun A1 opgewaardeerd tot A12 en scoren iets lager (gemiddeld 6,0) dan de 'echte' A12-leerlingen.

Uit het examen havo B12

HAVO WISKUNDE B

[Gerard Stroomer]

Na de lage scores op met name het examen wiskunde B1 van 2000 is gestreefd naar een iets toegankelijker examen voor 2001. In de septembermededelingen kondigde de CEVO aan:

> Het examen wiskunde B1 van 2000, eerste tijdvak, bevatte enkele vragen die te moeilijk of aan de moeilijke kant waren, vanwege abstractie of formulering. Dit gold in het bijzonder voor vragen over het domein Kansrekening en statistiek.
> In 2001 zullen de vragen voor wiskunde B1 gemiddeld genomen wat concreter en directer geformuleerd zijn.
> Met betrekking tot de vaardigheden bij het gebruik van de grafische rekenmachine zijn de examens van 2000 evenwel goede voorbeeldexamens.

Het eerste landelijke examen wiskunde B1 bleek voorzichtig genoeg: bij N = 1,0 is het gemiddelde cijfer 6,1 bij 32% onvoldoendes.
Het examen wiskunde B12 vond menigeen te voorzichtig: de GR kon te vaak ingezet worden en naar algebraïsche vaardigheden is te weinig gevraagd. Bij N = 0,9 (eigenlijk 0,8, maar wegens een tekstfout in de stam van de laatste vraag is de N-term opgehoogd) was het gemiddelde cijfer 6,5 bij 20% onvoldoendes.

Periodiek verband

Gegeven is de functie $f(x) = e^{1 + \sin(x)}$.

De sinusoïde met vergelijking $y = a + b \cdot \sin(x)$ heeft dezelfde toppen als de grafiek van f.

5p **15** Bereken a en b in twee decimalen nauwkeurig.

4p **16** Bereken met behulp van differentiëren de exacte waarde van $f'(0)$.

Ook is gegeven de functie $g(x) = e^{1 + \sin(2x)}$.

De grafieken van f en g snijden elkaar op het interval $[0, 2\pi]$ in vijf punten: A, B, C, D en E.
De punten A, C en E liggen op gelijke hoogte; het punt B ligt hoger en het punt D ligt lager dan de punten A, C en E.
Lijn k is de raaklijn in het punt B aan de grafiek van g.

5p **17** Stel een vergelijking op van k. Rond de getallen in je antwoord af op twee decimalen.

Voor elk positief getal p is gegeven de functie $h(x) = e^{1 + \sin(px)}$.

Bij verschillende waarden van p horen verschillende grafieken van h.
Aan deze grafieken is te zien dat de periode van g afhangt van de gekozen waarde van p.
Bij $p = 1$ hoort de grafiek van f en bij $p = 2$ hoort de grafiek van g.

Het aantal snijpunten van de grafiek van f met die van h op het interval $[0, 2\pi]$ hangt af van de waarde die voor p gekozen wordt.

5p **18** Onderzoek voor welke positieve waarden van p de grafiek van f en de grafiek van h twee snijpunten op het interval $[0, 2\pi]$ hebben.

Opgave 1 Contradansen

Een Engelse contradans is een muziekstuk dat uit twee delen bestaat. Ieder deel bestaat uit acht maten.
In het boekje „Musik mit Würfeln" staat een systeem beschreven om, zonder enige muzikale kennis, zelf zulke contradansen te maken met behulp van twee dobbelstenen. In dit boekje staan 176 verschillende maten uitgeschreven. Deze maten zijn genummerd van 1 tot en met 176. Ter illustratie zijn in figuur 1 de eerste zes maten afgebeeld.

figuur 1

De getallen 1 tot en met 176 zijn verdeeld over twee even grote tabellen. De tabel die nodig is voor het eerste deel van de contradans is afgebeeld in tabel 1.

tabel 1

De eerste acht maten:

aantal ogen:	A	B	C	D	E	F	G	H
2	70	14	164	122	25	153	18	167
3	10	64	100	12	149	30	161	11
4	33	1	160	163	77	156	168	172
5	36	114	8	35	111	39	137	44
6	105	150	57	71	117	52	132	130
7	165	152	112	15	147	27	73	102
8	7	81	131	37	21	125	49	115
9	142	106	40	69	43	140	23	89
10	99	68	86	139	120	92	143	83
11	85	45	90	158	82	123	78	58
12	145	97	6	121	56	67	63	16

De andere tabel, die nodig is voor het tweede deel van de contradans, zullen we hier niet gebruiken.
Door nu 8 keer met twee zuivere dobbelstenen te gooien, kun je in tabel 1 aflezen uit welke maten het eerste deel van de contradans zal bestaan. Gooi je bijvoorbeeld bij de eerste worp samen 10 ogen, dan lees je in kolom A af dat maat 99 de eerste maat is. Gooi je daarna bijvoorbeeld samen 5 ogen, dan lees je in kolom B af dat maat 114 de tweede maat is. Zo ga je door totdat je uit elk van de kolommen A tot en met H één maat hebt gekozen. De aldus verkregen acht maten vormen het eerste deel van de contradans.

Iemand beweert dat er op deze wijze meer dan 200 miljoen verschillende eerste delen van contradansen gemaakt kunnen worden.

3p **1** Onderzoek of deze bewering waar is.

Het is mogelijk dat na drie keer gooien met de beide dobbelstenen de maten 36 – 114 – 8 de eerste drie maten vormen van het eerste deel van een contradans.

4p **2** Bereken de kans op deze volgorde.

Iemand beweert dat de kans dat maat H een nummer heeft dat groter is dan 100 gelijk is aan $\frac{5}{11}$. Immers, in de kolom onder H staan 11 getallen, waarvan er 5 groter zijn dan 100.
Met een berekening kunnen we aantonen dat deze bewering niet waar is.

6p **3** Bereken hoe groot deze kans wél is.

Uit het examen havo B12

Uit de examens vwo A1 en A12

Grafische rekenmachine

Omdat er meestal veel manieren zijn om een probleem met de GR op te lossen, en er bovendien verschillende typen GR gebruikt mogen worden, is het correctievoorschrift beknopt gehouden. Daarmee lijkt het correctievoorschrift ongewild te suggereren dat het met de toelichting bij gebruik van de GR niet zo nauw komt. Er is behoefte aan duidelijker afspraken over wat een kandidaat moet opschrijven bij gebruik van de GR.

Havo B1

Het examen wiskunde B1 opende met *Jus d'orange*. De vragen over kansrekening, binomiale en normale verdeling waren blijkbaar in overeenstemming met wat in de CEVO-brief was aangekondigd. De kandidaten in de steekproef behaalden gemiddeld 58% van de totale score.
In de opgave *Weerstand* moeten de kandidaten een ongelijkheid oplossen (met GR), differentiëren en informatie analyseren en verwerken. Vraag 7, de vraag over differentiëren, bleek met een gemiddelde score van 27% de moeilijkste vraag van het examen. De andere vragen waren zo gemakkelijk dat de gemiddelde score voor de gehele opgave op 63% uitkwam.
Cosinus is een kale opgave. Vraag 11 bleek een moeilijke vraag. Helaas moest een erratum worden verzonden omdat er bij deze vraag meer dan één geschikte waarde voor a en b is. De gemiddelde score kwam bij deze opgave op slechts 44%.
Lootjes trekken gaat vooral over tellen en kansen. De vragen 12 en 14 scoorden hoog; de gemiddelde score voor deze opgave was 56%.
Het examen besloot met *Lawaaitrauma*, een opgave over exponentiële en logaritmische functies. Met een gemiddelde score van 61% een niet te moeilijke laatste opgave.

Overlap B1 en B12

In het examen wiskunde B12 kwamen ook de opgaven *Weerstand en Lawaaitrauma* voor. De B12-kandidaten scoorden hierop gemiddeld 22 van de 30 punten tegen gemiddeld 19 punten voor de B1-kandidaten. Moet deze hogere score vooral toegeschreven worden aan het feit dat deze leerlingen meer wiskunde gehad hebben of hebben B12-leerlingen gemiddeld meer aanleg dan B1-leerlingen?

Havo B12

De opgave *Kegel en cilinder* bevat elementen uit meetkunde en analyse. In de eerste drie vragen behaalden de kandidaten veel punten met de formules voor omtrek en oppervlakte van een cirkel (formulekaart!), de stelling van Pythagoras en het rekenen met verhoudingen. De laatste vraag, een optimaliseringsprobleem, bleek lastiger. Voor de gehele opgave was de gemiddelde score 65%.

Opgave 2 Wijnvoorraad

Een wijnboer heeft op 1 januari 2001 een wijngaard gekocht die goed is voor een jaarproductie van 400 hl wijn (1 hl = 1 hectoliter = 100 liter).
De wijnboer wil kwaliteitswijn produceren die lang houdbaar is. Na de oogst wordt de nieuwe wijn twee jaar lang in eikenhouten vaten bewaard om te rijpen. Na die twee jaar wordt de wijn gebotteld (in flessen gedaan). In de flessen rijpt de wijn nog verder, waardoor de verkoopwaarde van de wijn toeneemt.
Als de wijnboer elk jaar direct al zijn gebottelde wijn verkoopt, dan kan hij niet van deze waardevermeerdering profiteren. Maar als hij al zijn gebottelde wijn opslaat in zijn wijnkelders, dan raken deze snel vol en heeft de wijnboer voorlopig geen inkomsten.
De wijnboer besluit om jaarlijks een vast percentage van zijn totale voorraad gebottelde wijn te verkopen. Hij verkoopt de wijn altijd aan het eind van het jaar nadat de gebottelde wijn aan de voorraad is toegevoegd.

Als de wijnboer er bijvoorbeeld voor kiest om elk jaar 25% van zijn totale voorraad gebottelde wijn te verkopen, dan ontwikkelt die voorraad zich de eerste jaren als in tabel 2.

tabel 2 **Voorraad bij verkoop van 25% van de gebottelde wijn per jaar**

	1 januari 2001	1 januari 2002	1 januari 2003	1 januari 2004	1 januari 2005	1 januari 2006
Nieuwe wijn (hl)	0	400	400	400	400	400
Eenjarige wijn (hl)	0	0	400	400	400	400
Gebottelde wijn (hl)	0	0	0	300	525	693,75

3p **4** ☐ Bereken de totale voorraad gebottelde wijn op 1 januari 2007 als de wijnboer jaarlijks 25% van al zijn flessen wijn verkoopt. Geef je antwoord in liters nauwkeurig.

Ook voor de rest van de opgave bekijken we de voorraad van de wijnboer alleen maar op 1 januari van ieder jaar.
Bij een ander percentage ontwikkelt de totale voorraad gebottelde wijn zich natuurlijk anders. Het vaste percentage van de gebottelde wijn dat de wijnboer jaarlijks verkoopt, noemen we p. De tijd in jaren noemen we t. Hierbij nemen we $t = 0$ op 1 januari 2001. De totale voorraad gebottelde wijn (in hl) op tijdstip t noemen we G_t.
Gedurende de eerste paar jaren is G_t gelijk aan 0: $G_0 = 0$, $G_1 = 0$ en $G_2 = 0$.
En verder geldt de volgende formule:

$$G_t = (1 - \frac{p}{100})G_{t-1} + 400 - 4p \text{ voor } t \geq 3$$

De totale voorraad gebottelde wijn groeit in de loop van de tijd naar een evenwichtswaarde. Deze evenwichtswaarde hangt af van de gekozen waarde van p.
Voor het verband tussen p en de evenwichtswaarde (in hl) geldt de volgende formule:

$$\textit{evenwichtswaarde} = \frac{40000}{p} - 400$$

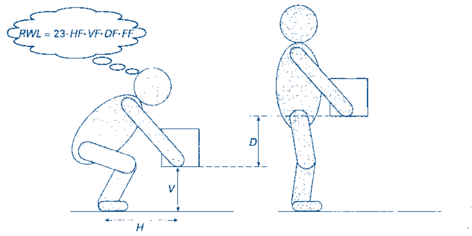
Deze formule voor de evenwichtswaarde is uit bovenstaande formule voor G_t af te leiden.

5p **5** ☐ Leid bovenstaande formule voor de evenwichtswaarde af.

Opgave 4 Tillen

Veel rugklachten worden veroorzaakt door het (verkeerd) tillen van zware voorwerpen. Het Amerikaanse National Institute for Occupational Safety and Health (NIOSH) heeft een methode ontwikkeld om voor iedere tilsituatie het aanbevolen maximale tilgewicht RWL (Recommended Weight Limit) te bepalen. In figuur 5 is zo'n tilsituatie afgebeeld.

figuur 5



In deze figuur is
H de horizontale afstand in cm van de handen tot de enkels bij het begin van het tillen,
V de verticale afstand in cm van het voorwerp tot de vloer bij het begin van het tillen en
D de verticale afstand in cm waarover het voorwerp moet worden getild.
Verder hangt de tilsituatie af van de *tilfrequentie* F. Dit is het aantal keren per minuut dat een voorwerp wordt getild.

De RWL (in kg) wordt berekend door 23 kg te vermenigvuldigen met een aantal reductiefactoren die afhangen van de afstanden H, V en D en van de tilfrequentie F.
In een formule:

$$RWL = 23 \cdot HF \cdot VF \cdot DF \cdot FF$$

Hierin zijn HF, VF, DF en FF de reductiefactoren.

De reductiefactor VF hangt af van de afstand V volgens de onderstaande formule:

$$VF = \begin{cases} 1 + 0{,}003 \cdot (V - 75) & \text{voor } 0 \leq V \leq 75 \\ 1 - 0{,}003 \cdot (V - 75) & \text{voor } 75 \leq V \leq 200 \end{cases}$$

3p **17** ☐ Welke waarde van V geeft de grootste waarde van VF? Licht je antwoord toe.

Uit het examen vwo A12 | **Uit het examen vwo A-oud**

De opgave *Showmodel* is ook een meetkunde-opgave. Een oppervlakte berekenen, een bovenaanzicht maken en de totale hoogte berekenen leverden niet veel problemen op. Met name de laatste vraag was veel eenvoudiger gesteld dan de overeenkomstige opgave uit het oude stijl examen, hetgeen blijkens reacties van docenten niet terecht was. De gemiddelde score kwam uit op 75%.
De opgave *Periodiek verband* was een lastige opgave. Bij vraag 18 behaalden de kandidaten gemiddeld slechts 17% van de 5 punten, voor de gehele opgave was de gemiddelde score 31%.

Vergelijking B12 (nieuw) en B (oud)

De opgaven *Weerstand, Lawaaitrauma* en *Showmodel* kwamen in beide examens voor. In het examen oude stijl was de derde vraag van *Weerstand* anders, ontbrak de tweede vraag van *Lawaaitrauma* en ontbrak de laatste zin van de stam van de laatste vraag van *Showmodel*. Als de opgaven *Weerstand* en *Showmodel* in het examen wiskunde B12 hetzelfde gekozen waren als in het examen wiskunde oude stijl, dan zou dit examen waarschijnlijk niet als te voorzichtig beoordeeld zijn. Omdat de bezemkandidaten op de overlap vrijwel hetzelfde scoorden, is de N-term voor dit examen zo vastgesteld dat het gemiddelde over het gehele examen ook hetzelfde is: N = 1,3 geeft gemiddelde 6,5 en 20% onvoldoendes.

VWO WISKUNDE A

[Ger Limpens]

De diverse examens vwo-A (A12, A1, A-oud en A-experimenteel) vonden plaats aan het einde van de examenperiode 2001. Of dat een reden is, dat er ontzettend weinig over deze examens gepubliceerd is, zullen we wel nooit weten. Maar feit is dat er opvallend weinig over gemeld is in de media. Het tijdstip van afname is in ieder geval de reden dat de verschillende regionale besprekingen vrij weinig respons hebben opgeleverd. De regionale besprekingen vonden op dinsdag 5 juni plaats en de reacties die daarop zijn binnengekomen maakten duidelijk dat de vergaderingen niet al te druk bezocht werden. Uiteraard is ook het feit dat het verslag van de centrale bespreking in Utrecht reeds in het weekend dat voorafging aan de regionale besprekingen via de site van de NVvW publiek gemaakt werd niet een echte lokker voor het bijwonen van deze besprekingen.

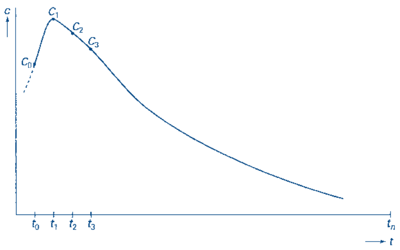
Vwo A12

Dit examen is ongetwijfeld door velen met spanning afgewacht. Achteraf kunnen we stellen dat het toch nog behoorlijk veel overeenkomsten vertoonde met het vwo-A-examen voor de 'oude populatie'. Niet verwonderlijk als we ons realiseren dat deze examens, zoals al vaker gemeld, een overlap van circa 50%

Geneesmiddelenonderzoek

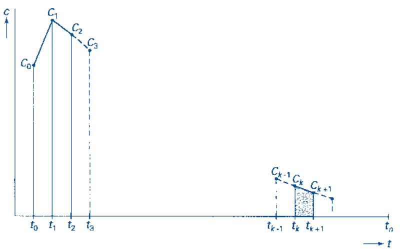
Deze opgave gaat over een voorbeeld uit de farmacokinetiek, de wetenschap die onder andere het verloop bestudeert van de concentratie van een geneesmiddel in het bloed.
In een praktijktest wordt op geregelde tijden met tussenpozen Δt de concentratie van een geneesmiddel bij een persoon gemeten.
Op de tijdstippen $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_n$ is de gemeten concentratie $c_0, c_1, c_2, \ldots, c_n$. In figuur 3 zijn de punten $C_k\,(t_k, c_k)$ weergegeven. Deze punten liggen op de kromme die het verloop weergeeft van de concentratie van dit geneesmiddel.
Een maat voor de werkzaamheid van een geneesmiddel is de oppervlakte onder deze kromme. In de farmacokinetiek noemt men dit de AUC (Area Under Curve).

figuur 3



In figuur 4 is aangegeven hoe de oppervlakte onder de kromme benaderd kan worden. Twee opeenvolgende meetpunten bepalen een trapezium. Het trapezium tussen t_k en t_{k+1} is grijs aangegeven. De som van de oppervlakten van alle trapezia is een benadering van de AUC.

figuur 4



De vraag rijst natuurlijk "Hoe nauwkeurig is deze methode?". Dit gaan we in deze opgave voor een speciaal geval onderzoeken.

3p **8** Toon aan dat de oppervlakte van het grijsgemaakte trapezium gelijk is aan $\frac{1}{2}(c_k + c_{k+1})\cdot\Delta t$

4p **9** Bewijs dat de AUC tussen t_0 en t_n benaderd wordt door $\left(\frac{1}{2}(c_0 + c_n) + \sum_{p=1}^{n-1} c_p\right)\cdot\Delta t$

Om de nauwkeurigheid van deze manier van benaderen aan de hand van een voorbeeld te testen, nemen we aan dat het dalende gedeelte van de kromme gegeven wordt door $c = 32\cdot e^{-\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}}$ met c in mg/liter en t in uren, $1 \leq t \leq 5$.

5p **10** Bewijs met behulp van integraalrekening dat de AUC voor $1 \leq t \leq 5$ gelijk is aan $64 - \frac{64}{e^2}$.

Neem aan dat de concentratie om het half uur gemeten wordt en dat de meetpunten inderdaad op de grafiek van c liggen.

7p **11** Bereken hoeveel procent de benadering van de AUC voor $1 \leq t \leq 5$, bepaald met behulp van de formule van vraag 9, afwijkt van de werkelijke oppervlakte. Geef het antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

De hoeveelheid werkzame stof per tablet van het geneesmiddel mag niet te hoog zijn omdat er dan schadelijke bijwerkingen optreden. Maar ze mag ook niet te laag zijn omdat het middel dan onvoldoende effect heeft. De hoeveelheid werkzame stof in een tablet is normaal verdeeld met een gemiddelde van 100 mg en een standaardafwijking van 3 mg. Het medicijn is effectief en niet schadelijk als de hoeveelheid werkzame stof per tablet tussen de 90 mg en 110 mg ligt.

5p **12** Bereken in vier decimalen nauwkeurig de kans dat een tablet effectief en niet schadelijk is.

moesten hebben. Uiteraard zaten er echter onderwerpen in waarmee dit examen zich onderscheidde van het examen-oude-stijl. Met name opgave 2 *Wijnvoorraad* en opgave 5 *Kosten bij plastics* hoorden duidelijk specifiek in het Tweede-fase-programma thuis. *Wijnvoorraad* vanwege het feit dat hierin het onderdeel discrete dynamische modellen aan de orde gesteld werd en *Kosten bij plastics* omdat daar het verband met het profiel Economie & Maatschappij duidelijk naar voren kwam. Behalve in de programmatische veranderingen die terug te vinden waren in dit examen was men ook geïnteresseerd in vaardigheidsaspecten en met name in het gebruik van de Grafische Rekenmachine. Vraag 7 bijvoorbeeld van *Wijnvoorraad* gaf daar een aardige illustratie van. Aan de andere kant moet toch ook vastgesteld worden dat veel vragen die dit examen bevatte ook zonder het gebruik van de specifieke mogelijkheden van de GR gemaakt zouden kunnen worden. Het zou wellicht een aardige onderzoeksvraag zijn om vast te stellen hoe vaak de Tweede-fase-leerling naar de GR grijpt zonder dat dat in de ogen van zijn docent nu echt nodig is. Kijkend naar de p'-waarden valt toch wel op dat vraag 5 (de vraag van het afleiden van de formule van de evenwichtswaarde bij de opgave *Wijnvoorraad*) met p'= 15 slecht is gemaakt. Een nadere beschouwing leverde op dat maar liefst 73% van de leerlingen 0 punten gescoord heeft bij deze vraag. Op voorhand zou men toch veronderstellen dat de activiteit 'Ik laat in de evenwichtsituatie de indices t en $t-1$ weg en los de vergelijking die dan ontstaat op' vaker in de klas geoefend zou moeten zijn. De werkelijkheid bleek weerbarstiger: algebraïsch manipuleren is kennelijk, hoe simpel het kunstje ook is in de ogen van de docent, een breinbreker voor veel leerlingen.
De gemiddelde score van 49,8 was, zeker vergeleken met A-oud (en ook met A1 trouwens), laag te noemen. Als examen op zich zou deze score weliswaar heel goed te verdedigen zijn maar nu, gezien het feit dat de examens A-oud en A12 een grote overlap vertoonden, leek het zaak nader onderzoek te plegen. Op grond van de toets- en itemanalyse viel te constateren dat de A-oud-leerlingen op het overlapgedeelte inderdaad substantieel beter scoorden dan de A12-leerlingen. Waar dat aan ligt, is natuurlijk niet met zekerheid te zeggen. Maar ongetwijfeld zal de oorzaak gezocht moeten worden in zaken als: de huidige A12-leerlingen zijn leerlingen van vroegstartende scholen die alle het Tweede-fase-wiel hebben moeten uitvinden; de Tweede fase heeft nu eenmaal als gevolg dat een min of meer gelijke hoeveelheid stof in minder lestijd gedaan moet worden; de Tweede-fase-leerlingen hebben een breder pakket aan vakken en moeten hun tijd en aandacht over meer disciplines verdelen. En tot slot: de A12-populatie mag eigenlijk niet met de A-oud-populatie-in-het-algemeen vergeleken worden daar de A-oud-

Water met koolzuur

Hieronder staat een samenvatting van een krantenartikel afkomstig uit NRC-Handelsblad van 23 oktober 1997.

artikel

Water met koolzuur

DEN HAAG, 23 OKT.

De Consumentenbond verrichtte een smaaktest met een panel van 23 geoefende proevers. De proevers dronken het kraanwater van negen waterleidingbedrijven en negen gebottelde koolzuurvrije waters.

Opmerkelijk was dat het lekkerste flessenwater werd verslagen door zes kraanwaters.

Tegelijkertijd met dit onderzoek werd een onderzoek onder cafés gehouden. Wie in een café een glas mineraalwater bestelt, krijgt vaak een glas leidingwater vermengd met koolzuur. Dat concludeert de Consumentenbond in zijn gids van november. Onderzoekers kregen bij 11 van de 31 bezochte horecagelegenheden hetzelfde water geserveerd als uit de kraan van het toilet van de uitspanning. Achter de bar werd het water door een pompje van koolzuur voorzien.

In een reactie op de conclusies zegt directeur J.H. Peters van het Bedrijfschap Horeca dat de gesuggereerde omvang van het verschijnsel "schromelijk overdreven" is.

In het artikel wordt het opmerkelijk genoemd dat het lekkerste flessenwater werd verslagen door zes kraanwaters. Stel dat de 18 geproefde waters in een willekeurige volgorde worden geplaatst. Je kunt je nu afvragen hoe groot de kans is dat op de zevende plaats voor het eerst een flessenwater voorkomt.

5p **3** Bereken in vier decimalen nauwkeurig de kans dat op de zevende plaats voor het eerst een flessenwater voorkomt.

In een reactie op het onderzoek beweert de heer Peters dat de omvang van het verschijnsel schromelijk overdreven is.
Een café dat kraanwater-met-koolzuur serveert als mineraalwater noemen we een 'knoeier'. Misschien heeft Peters wel gelijk en schetst het artikel een te somber beeld. Veronderstel dat in werkelijkheid 20% van de cafés tot de 'knoeiers' behoort.

4p **4** Bereken in vier decimalen de kans dat in een aselecte steekproef van 31 cafés minstens 11 'knoeiers' voorkomen.

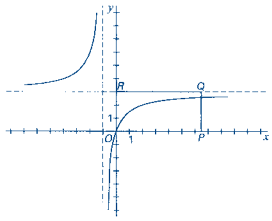
Het werkelijke percentage 'knoeiers' is onbekend.
De kans dat je in een café kraanwater-met-koolzuur krijgt wanneer je om mineraalwater vraagt noemen we p.

5p **5** Onderzoek bij welke waarden van p de kans op minstens 11 'knoeiers' in een steekproef van 31 cafés kleiner is dan 5%. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Een functie en een rij

Gegeven is de functie $f(x) = 3 - \frac{3}{x+1}$. Zie figuur 6.

figuur 6



In figuur 6 is rechthoek $OPQR$ getekend met $R(0, 3)$ en $P(b, 0)$ met $b > 0$.
De grafiek van f verdeelt de rechthoek in twee delen met gelijke oppervlakte.

8p **14** Bereken b in twee decimalen nauwkeurig.

Voor de rij $v_0, v_1, v_2, \ldots$ geldt $v_n = f(v_{n-1})$ met $v_0 \geq 0$ en $n \geq 1$.

Op de bijlage bij vraag 15 is een gedeelte van de grafiek van f getekend.

6p **15** Onderzoek voor welke waarden van v_0 de rij convergeert. Licht je antwoord toe, bijvoorbeeld met behulp van een webgrafiek.

Voor bepaalde startwaarden $v_0 < 0$ breekt de rij $v_0, v_1, v_2, \ldots$ met $v_n = f(v_{n-1})$ en $n \geq 1$ af, omdat de termen niet meer gedefinieerd zijn.

5p **16** Geef twee van dergelijke startwaarden. Licht je antwoord toe.

Uit het examen vwo B1 (en B12) | **Uit het examen vwo B12**

populatie nu eenmaal ook een substantieel aantal leerlingen met wiskunde B in het pakket bevat. Bij A12 is dat niet het geval. Uit de analyse citerend: het totaal aantal leerlingen A12 in de steekproef was 925; hiervan waren er 73 uit C&M, 810 uit E&M, 7 uit N&G en 8 uit N&T. Van een beperkt aantal leerlingen ontbraken deze gegevens. De conclusie dat het overgrote deel van de A12-leerlingen afkomstig is uit E&M lijkt op grond hiervan gerechtvaardigd. Dat was ook de reden dat er bij de vaststelling van de N-term bij A12 gekozen is voor N = 1,4. Bij deze waarde van N blijkt namelijk het gemiddelde van A12 op 6,4 uit te komen en het percentage onvoldoendes op 25. Het gemiddelde en het percentage onvoldoendes bij A-oud-zonder-wiskunde-B, uiteraard bij N = 1,0, is 6,4 respectievelijk 23,3.

Vwo A1

Dit examen baarde wellicht op voorhand de meeste zorgen. Achteraf bleek een en ander alleszins mee te vallen, althans kijkend naar de gegevens afkomstig van de versnelde correctie. Een gemiddelde van 6,6 (49 punten) en 19% onvoldoendes bij N = 1,0 zijn zonder meer acceptabel te noemen. Ook het veld, voorzover er reacties waren, gaf geen daadwerkelijk negatieve respons. Wel moet opgemerkt worden dat nogal wat respondenten opmerkten dat ze de keuze van de openingsopgave *Contradansen* zowel voor A1 als voor A12 niet de beste vonden. Er bleken, met name bij A1, nogal wat leerlingen te zijn die vermoedelijk meer venijn vermoedden in de begintekst van deze opgave dan door de makers beoogd. Niet zozeer de gevraagde activiteiten als wel de verpakking hiervan leek hier dus als knelpunt ervaren te worden. Ook in het A1-examen was er natuurlijk aandacht voor de 'nieuwere' aspecten van het programma. Ook hier manifesteerde dit zich onder andere in de opgave *Wijnvoorraad*, een opgave die weliswaar dezelfde naam draagt als de betreffende opgave in het A12-examen maar een toch beduidend eenvoudiger verzameling vragen bevatte. Het model dat hierin aan de orde gesteld werd, was gebaseerd op een meetkundige rij, per slot van rekening het enige dat er van de discrete wiskunde nog terug te vinden is in het programma voor het centrale examen wiskunde A1. Vraag 17 van deze opgave, waarbij zoals opgemerkt in de tekst van de opgave gebruik gemaakt moest worden van de somformule voor meetkundige rijen, scoorde laag, daarmee in de pas lopend met de constatering die we ook bij het A12-examen deden: algebraïsche activiteiten zijn voor dit type leerlingen kennelijk behoorlijk lastig.

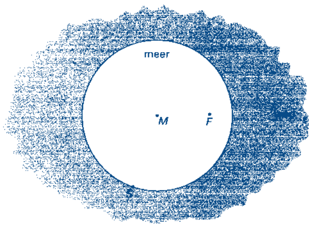
Vwo A-oud

Dit examen scoorde een gemiddelde van 57,9 punten. Met N = 1 kwam het gemiddelde cijfer daarmee op 6,8. Het percentage onvoldoendes bleek 18% te zijn. Al met al vormden deze resultaten geen reden tot

Boottocht

In een cirkelvormig meer liggen twee eilandjes, M en F. We beschouwen de eilandjes als punten. M ligt precies in het midden van het meer. Zie figuur 1.

figuur 1



S is een punt aan de rand van het meer. Een bootje start in S en vaart in een rechte lijn naar M.

5p 1 □ Teken in de figuur op de bijlage bij vraag 1 het punt P op de route van het bootje waar het bootje even ver van punt S verwijderd is als van F. Licht je werkwijze toe.

Een ander bootje start in een punt aan de rand van het meer en vaart ook in een rechte lijn naar M. Halverwege is de afstand van het bootje tot het land even groot als de afstand van het bootje tot beide eilandjes.

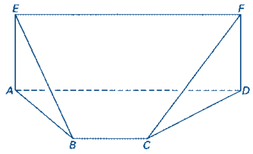
6p 2 □ Teken in de figuur op de bijlage bij vraag 2 de punten aan de rand van het meer van waaruit het bootje vertrokken kan zijn. Licht je werkwijze toe.

Uit het examen vwo B12

Opgave 3

Van het lichaam dat in figuur 2 en op de bijlage is afgebeeld, is gegeven: vlak $ADFE$ staat loodrecht op vlak $ABCD$, vierhoek $ADFE$ is een rechthoek, AD // BC en $AD = 9$, $AB = CD = 5$, $BC = 3$ en $AE = 3$.

figuur 2



8p 8 □ Bereken de inhoud van het lichaam.

Punt P ligt op de ribbe EF.

7p 9 □ Bereken PF in het geval dat $PB + PD$ minimaal is.

Het vlak $ABCD$ draait om AD naar boven, totdat het lijnstuk BC in het vlak $ADFE$ ligt.
Hierbij beschrijft het lijnstuk BC een kwart cilinder.

7p 10 □ Bereken de maximale afstand van een punt op deze kwart cilinder tot het vlak $EBCF$.

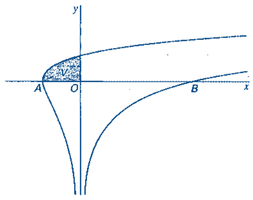
Opgave 4

De kromme K is gegeven door

$x(t) = t^2 - 2t$ en $y(t) = \ln|t|$

In figuur 3 is K getekend.

figuur 3



K snijdt de x-as in de punten A en B.

6p 11 □ Bereken de hoeken die K maakt met de x-as in de punten A en B. Geef de antwoorden in graden nauwkeurig.

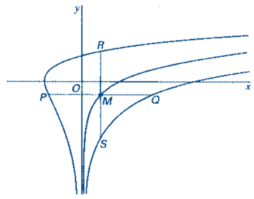
V is het vlakdeel ingesloten door K en de coördinaatassen.
V is in figuur 3 aangegeven.
V wordt gewenteld om de y-as.

8p 12 □ Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam dat zo ontstaat.

Het punt $M(a, \ln\sqrt{a})$ ligt op de kromme $y = \ln\sqrt{x}$
De lijn door M evenwijdig aan de x-as snijdt K in de punten P en Q.
De lijn door M evenwijdig aan de y-as snijdt K in de punten R en S. Zie figuur 4.

6p 13 □ Bewijs dat M zowel het midden is van lijnstuk PQ als het midden van lijnstuk RS.

figuur 4



Uit het examen vwo B-oud

ontevredenheid. Ook uit de, weliswaar spaarzaam bezochte, regionale bijeenkomsten kwamen geen structureel negatieve geluiden. In meerderheid was men redelijk tevreden over zaken als spreiding, aantallen routine- en originele opgaven, leesbaarheid en omvang. Wel constateerde een kleine meerderheid dat het niveau van dit examen onder het niveau van eerdere examens lag maar of dat, in het licht van het feit dat dit examen voor velen het afscheid van het oude programma betekende, daadwerkelijk betreurd werd, is niet vanzelfsprekend.

In dit examen trof men als ‘specifieke’ opgave aan de opgave *Verleiding*, een context gebaseerd op een onderzoek naar paringsgedrag bij de Corynopoma riisei, een Zuid-Amerikaans visje. Met name de laatste vraag van deze opgave, vraag 11, werd door docenten als een crime ervaren. Vermoedelijk niet eens zozeer vanwege de aan de orde gestelde activiteit, maar veeleer vanwege het begrijpelijke probleem van de correctie. Aantonen van een constante verdeling na 25 overgangen zoals gedicteerd door de matrix A^{25} leverde bij diverse leerlingen ingewikkelde en moeilijk te beoordelen verhalen op. Het correctiemodel probeerde daarop te anticiperen door, behalve een abstract rekenmodel, ook een verhalende uitleg te vermelden. Jammer genoeg werd dit niet door iedereen als voldoende ervaren.

Als laatste opgave was daar de opgave *Tillen*. Deze context en enkele van deze vragen kwam ook in het A1-examen voor. De laatste drie vragen van deze opgave waren uniek voor het A-oud-examen. Ook hier viel achteraf weer een probleem rond de algebraïsche vaardigheden te constateren. Vraag 19, waarbij gevraagd werd de geldigheid van een gegeven lineaire formule aan te tonen, leverde voor veel leerlingen grote moeilijkheden op. Probleem zou hier wellicht kunnen zitten in het feit dat leerlingen, om een begin met de oplossing te maken, de eerste stap waarbij ingezien moest worden dat de som van twee verticale afstanden V en D gelijk moest zijn aan 190, niet konden maken. 69% van de leerlingen scoorde namelijk 0 punten voor deze vraag.

Vergelijking A-oud en A12

In Tabel 4 (zie pagina 17) zijn enkele gegevens betreffende de overlap tussen A12 en A-oud bij elkaar gezet. Het is interessant om te constateren dat leerlingen uit de A12-populatie de eerste twee vragen van de opgave *Kwaliteitscontrole* net iets beter maken dan leerlingen uit de A-oud-populatie, zeker als we ons realiseren dat beide groepen (zie eerder in dit artikel) niet echt vergelijkbaar zijn vanwege de B-leerlingen die wel in A-oud en nauwelijks in A12 zitten. Vermoedelijk is deze lichte verbetering bij de onderhavige activiteiten te danken aan het gebruik van de GR daar het hier ging om relatief eenvoudige normale-verdelingsaspecten die

Tabel 4: p'-scores vwo A en A12 (overlap)

A-oud			A12		
Opgave	vraagnr.	p'-score	Opgave	vraagnr.	p'-score
Kwaliteitscontrole	1	83	*Kwaliteitscontrole*	8	86
	2	66		9	71
	3	87		10	84
	4	79		11	75
	6	44		12	38
Koeling	12	71	*Koeling*	13	63
	14	80		15	66
	15	56		16	33
	16	44		17	35

Tabel 4

met de GR sneller afgehandeld kunnen worden dan met een tabel. Een vraag als de derde gemeenschappelijke vraag (vraag 15 in A-oud respectievelijk 16 in A12) bij de opgave *Koeling* daarentegen deed het in de A12-situatie beduidend slechter dan bij de A-oud-leerlingen. Hier was inderdaad geen voordeel te behalen met de GR en moest veelal gebruik gemaakt worden van algebraïsche routine nadat een bouwschema van een formule doorgrond was. Kennelijk voor de Tweede-fase-leerling een heel wat moeilijker opdracht dan voor de leerling uit het pre-Tweede-fase-tijdperk.

VWO A-experimenteel

Tot slot nog enkele woorden over het experimentele vwo-examen wiskunde A (A-exp). In het kader van de voorbereiding op het in de Tweede fase ingevoerde domein Discrete Dynamische Modellen (DDM) is op een tweetal scholen enkele jaren geëxperimenteerd met dit onderwerp. Deze scholen hoorden niet bij de vroegstartende scholen, zodat de leerlingen van deze scholen dit jaar hun experiment wiskunde A afsloten met een experimenteel examen. In totaal deden 105 leerlingen in 2001 mee aan dit examen. Het was een amalgaam van A-oud en A12. Om precies te zijn: de opgaven *Kwaliteitscontrole*, *Koeling* en *Tillen* zaten zowel in A-oud als in A-exp. En de opgave *Wijnvoorraad* die bedoeld was om het DDM-aspect te toetsen kwam grotendeels uit A12. De opgave in A-exp telde echter een vraag meer, als gevolg van het feit dat het A-exp-examen anders net iets te weinig punten zou tellen. Uit nadere analyse valt op te maken dat de A-exp-leerlingen het totale examen net iets beter gemaakt hebben dan de A-oud-leerlingen: score 59 voor A-exp versus score 58 voor A-oud. Bij de overlap van A-oud en A-exp is een vergelijkbaar verschil te constateren: p'-waarde 68 (A-exp) versus 66 (A-oud). En ook het percentage onvoldoendes, uitgaande van N = 1, komt sterk overeen met dat van A-oud, namelijk 16. Al met al voldoende argument om te constateren dat de aan het experiment deelnemende leerlingen gemiddeld gesproken er niet slechter van af kwamen dan hun ‘reguliere’ A-oud-collega’s.

VWO WISKUNDE B
[Petra Boon]

Vwo B1 en B12

Op woensdag 16 mei om half twee kwam er een einde aan de onzekerheid bij de vwo B1- en B12-kandidaten en hun docenten. Dit was het allereerste examen van deze ‘nieuwe wiskunde’. De docenten hadden de eindtermen bestudeerd en hun kandidaten naar hun beste vermogen voorbereid. Onwennig met de grafische rekenmachine en de eisen over de notatie hierbij en soms twijfelend over de betekenis van de aanduidingen

Tabel 5: p'-waarden vwo B1 naar vraag en groep

	vraag \ score	alle kand. 0-91	1e groep 0-29	2e groep 30-37	3e groep 38-44	4e groep 45-53	5e groep 54-91	max. score
	1	57	26	42	60	70	88	9
	2	34	11	24	32	43	59	8
*12	3	40	26	33	34	48	59	5
*13	4	69	48	60	73	77	90	4
	5	34	13	21	35	37	64	5
	6	92	80	92	94	95	98	6
	7	40	14	32	32	52	71	7
*3	8	74	49	69	78	83	89	3
*4	9	6	3	5	5	7	9	4
*5	10	48	17	32	43	64	82	5
*6	11	7	2	4	5	8	17	7
	12	87	74	83	91	94	94	5
*7	13	69	31	63	73	86	95	5
*8	14	66	32	59	69	82	90	4
*9	15	29	8	13	23	36	64	5
*10	16	37	10	24	34	42	76	3
*11	17	12	2	5	7	9	39	6

gemiddelde score 42

Tabel 5

in de nomenclatuur bij deze wiskunde.
Ondertussen heeft het merendeel van de docenten kennis kunnen nemen van het nieuwe examen. Laten we het werk eens wat beter bekijken.
Alle kandidaten uit de steekproef van het CITO worden in vijf groepen verdeeld. Deze groepen zijn wat betreft de aantallen ongeveer even groot. Tabel 5 en Tabel 6 (op pagina 18/19) geven bij de verschillende vragen de p'-waarde weer van alle kandidaten en opgesplitst in deze vijf groepen. In de tabellen zijn de overlapvragen met een sterretje aangegeven en tevens is aangegeven met welke vragen in de andere tabel deze corresponderen.
Bij B1 (met een gemiddelde score van 42) werd via N = 1,8 het gemiddelde cijfer 5,9 en het percentage onvoldoendes 38%.
Bij B12 (gemiddelde score 46) werd via N = 1,7 het gemiddelde cijfer 6,2 en het percentage onvoldoendes 29%.
Wat valt ons onder andere op als we naar de tabellen kijken?
• De openingsopgave *Oppervlakte* bij B1 was misschien niet zo goed gekozen, maar bij B12 was *Boottocht* een goede openingsvraag.
• Bij B1 vallen de vragen 9 en 11 op. Dit zijn de vragen 4 en 6 bij B12. Deze vragen had niemand verwacht. 'Maar een gewaarschuwd mens telt voor twee'.
• Er is een aantal vragen dat een groot verschil weergeeft tussen de 1e groep en de 5e groep. Vragen die voor de kandidaten uit de eerste groep duidelijk te moeilijk zijn, maar door de kandidaten uit de laatste groep zeer goed te maken zijn.
Verder leverde het gebruik van de grafische rekenmachine de nodige problemen op. Bijvoorbeeld: het tabellenboekje is passé als de binomiale verdeling benaderd moet worden. Sommige vergelijkingen kunnen alleen opgelost worden met de grafische rekenmachine. Hoe kijk je als tweede corrector het werk van een kandidaat na die een ander type grafische rekenmachine gebruikt? Problemen die zich in de toekomst vanzelf oplossen. Men moet nog aan al die nieuwe dingen wennen, net zo als men aan de nomenclatuur moet wennen.

Vwo B-oud

Voor veel docenten werd het afgelopen schooljaar een tijdperk afgesloten. Het jaar 2001 was het laatste jaar waarin het vwo B-examen landelijk werd afgenomen. Daarna is er nog een aantal bezemexamens maar vanaf nu moeten de docenten opnieuw proberen te achterhalen wat ze in een examen kunnen verwachten. Veel docenten vinden de 'nieuwe' wiskunde B1 en B12 echter erg leuk om les in te geven. Ze vinden het een uitdaging om te ontdekken of ze de eindtermen op dezelfde manier interpreteren als de examenmakers.
Nu rijst natuurlijk de vraag of het examen van 2001

Tabel 6: p'-waarden vwo B12 naar vraag en groep

	vraag \ score	alle kand. 0-91	1e groep 0-33	2e groep 33-42	3e groep 43-49	4e groep 50-57	5e groep 58-91	max. score
	1	92	78	90	96	97	98	5
	2	82	68	77	83	89	93	6
*8	3	87	69	85	89	94	98	3
*9	4	14	4	6	9	13	35	4
*10	5	59	23	42	63	71	92	5
*11	6	18	4	9	16	21	40	7
*13	7	90	68	90	95	97	98	5
*14	8	81	54	80	86	90	95	4
*15	9	33	7	18	30	38	72	5
*16	10	58	23	44	59	73	88	3
*17	11	24	5	12	19	30	53	6
*3	12	47	22	42	45	59	67	5
*4	13	59	31	48	62	72	80	4
	14	57	22	45	61	71	86	8
	15	48	19	37	49	61	70	6
	16	29	6	14	27	37	59	5
	17	26	8	14	22	32	54	5
	18	32	19	30	27	38	45	5

gemiddelde score 46

Tabel 7: p'-waarden vwo B-oud (enkele vragen)

vraag \ score	alle kand. 0-90	1e groep 0-39	2e groep 40-47	3e groep 48-55	4e groep 56-64	5e groep 65-90
3	64	34	53	65	78	92
4	47	19	29	45	61	83
6	41	11	28	36	52	80
10	45	20	34	41	56	76
12	45	17	32	42	56	80

Tabel 6 en 7

een mooie afsluiting was. Laten we hiervoor de gegevens bekijken en dan kan iedereen zijn eigen oordeel vormen; immers 'zoveel mensen, zoveel smaken'.
Het eerste waar iedereen altijd naar kijkt bij een examen is het gemiddelde. Het gemiddelde cijfer bij dit examen was 6,2 en dat gaf geen reden tot alarm. Het percentage onvoldoendes was 31% en ook dat gaf geen reden om meteen in actie te komen.
Toch hadden de docenten gemengde gevoelens en vonden ze het niveau vrij hoog. Slechts 20% van de kandidaten scoorde een 7,5 of hoger, maar daar stond tegenover dat slechts 12,4% een 3,4 of lager scoorde. De opmerking dat de 'betere kandidaat' moeilijk een hoog cijfer kon scoren was dus terecht. De 'zwakke kandidaat' was echter in staat zijn cijfer omhoog te halen. Wat heeft de voorkeur?
De meetkundeopgave werd dit jaar geprezen, alhoewel de formulering van vraag 9 de kandidaat niet op het spoor van de (makkelijke) meetkundige oplossing zette. De p'-waarden van de vragen 8, 9 en 10 waren achtereenvolgens 82, 31 en 45.
Vraag 13 is echt de uitsmijter geworden. Met een p'-waarde van 20 was deze vraag duidelijk een moeilijke vraag. Zelfs voor de 'betere kandidaat' een grote hindernis om te nemen.
Wat is er verder nog te melden?
Alle kandidaten uit de steekproef van het CITO kunnen ook hier in vijf groepen worden verdeeld (zie Tabel 7). Deze groepen zijn ongeveer even groot. Bij vijf vragen zien we een groot verschil tussen de p'-waarden van de eerste groep en de laatste groep. Dit zijn de onderscheidende vragen en ze zijn samen 34 van de 90 punten waard.
Nu is het aan iedereen zelf om te bepalen of dit een geslaagd examen was om het tijdperk VWO wiskunde B mee af te sluiten.

Over de auteurs

Petra Boon, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Gerard Stroomer zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem(website: http://www.citogroep.nl).
Hun e-mailadressen zijn opvolgend: petra.boon@citogroep.nl, kees.lagerwaard@citogroep.nl, ger.limpens@citogroep.nl, gerard.stroomer@citogroep.nl