

WISKUNDE-EXAMENS 2002, 1E TIJDVAK

Dit artikel is geschreven door examenmedewerkers van de Citogroep. Bij iedere paragraaf die handelt over een specifiek wiskunde-examen, treft u de naam van de betreffende medewerker(s) aan. De examens zijn te downloaden via de website van de NVvW, www.nvww.nl/cse-20021.html
[Petra Boon, Edward van Kervel, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Eric Severins, Gerard Stroomer]

Voorwoord

Wellicht is het niet overbodig allereerst al die collega's te bedanken zonder wier hulp dit artikel niet mogelijk zou zijn geweest. We denken hier op de eerste plaats aan de verschillende leden van de diverse constructiegroepen, maar ook al die docenten die via de versnelde correctieprocedure hun steentje hebben bijgedragen aan de realisatie van de toets- en itemanalyses willen we bij deze dankzegging nadrukkelijk noemen.

Examens

De examens worden samengesteld door teams van docenten, begeleid door een medewerker van de Citogroep. De docenten die deel uitmaken van een zogeheten constructiegroep zijn in principe allen werkzaam op het niveau van het vak waarvoor zij een examen maken. Om er voor te zorgen dat de constructiegroepen niet al te zeer een eigen leven gaan leiden, is het lidmaatschap van een constructiegroep aan strikte regels wat betreft duur gebonden. Zo treft u ieder jaar, rond de jaarwisseling, weer een oproep aan in de landelijke pers om te solliciteren naar een dergelijke baan.

De constructiegroepen leveren elk hun examenconcepten aan de vaksecties van de CEVO. Uiteindelijk is het de betreffende vaksectie die beslist over deze concepten en de bijbehorende correctievoorschriften. Na afloop van de examens is het ook de CEVO die de

beslissingen rond de vaststelling van de N-termen neemt. Errata en respons op eventuele reacties van bijvoorbeeld docenten worden eveneens door de CEVO geformuleerd.

Versnelde correctie

Na afloop van de examens wordt docenten gevraagd mee te werken aan de versnelde correctie. Hierbij worden per school de resultaten opgevraagd van de eerste correctie van de vijf kandidaten die als eersten in de alfabetische lijst van het betreffende vak voorkomen. Op basis van deze steekproeven worden de analyses uitgevoerd die door de CEVO gebruikt worden om de N-term vast te stellen. Overigens is het wellicht interessant om te weten dat het vergaren van deze informatie ook dit jaar weer op sommige scholen langs elektronische weg heeft plaatsgevonden. Het is de bedoeling dat binnen een termijn van enkele jaren alle gegevens rond de versnelde correctie met behulp van dit systeem worden verzameld. Dat zal zowel voor u als voor de analytici van de Citogroep meer armslag opleveren.

Enkele algemene gegevens

In de [tabellen 1 en 2](#) vinden we diverse gegevens rond de verschillende examens wiskunde 2002. Omdat het havo dit jaar voor het tweede jaar met zijn volledige reguliere populatie aan de examens Tweede Fase heeft

Tabel 1

	VBO/MAVO-C/D	HAVO	VWO
aantal leerlingen eindexamen wiskunde	64993	32084	31224

Tabel 2

Aantallen ll. ce.	A-oude stijl	A1	A12	B-oude stijl	B1	B12
HAVO	3276	-	15993	1226	5993	5596
VWO	3225	4622	9167	1526	6628	6056

Tabel 3 Vastgestelde N-termen, gemiddelde cijfers en perc. onvoldoendes

	MAVO				HAVO			VWO					
	C	D	A-os	A12	B-os	B1	B12	A-os	A1	A12	B-os	B1	B12
N-term	1,1	1,1	1,5	1,8	1,0	2,0	1,8	1,3	1,6	1,4	2,0	0,8	0,8
gemiddelde	5,8	6,0	?	5,8	?	6,1	6,4	6,3	6,4	6,3	5,5	6,4	6,6
% onvoldoendes	37	33	?	41	?	31	27	29	23	29	46	26	24

deelgenomen, zien we daar – vergeleken althans met vwo – een relatief kleinere groep die deelneemt aan de examens oude stijl. Volgend jaar, als de laatste bezemexamens havo-oude stijl plaatsvinden, zullen we de groepen oude stijl in havo waarschijnlijk al niet meer terugzien en die voor vwo alleen in gedecimeerde zin. Op dat moment zullen de tabellen voor vbo/mavo ook drastisch gewijzigd zijn: in 2003 zal de eerste populatie vmbo-leerlingen aan de eindstreep zijn beland. Maar laten we ons beperken tot de gegevens van 2002.

In **tabel 3** zijn alle N-termen voor de verschillende wiskundevakken verzameld. Verderop in dit artikel treft u bij de diverse wiskundevakken tabellen aan met specifieke gegevens rond de betreffende examens. We vermelden daar van elke vraag de maximumscore en de p'-waarde (gemiddelde score als percentage of fractie van de maximumscore).

Er is, dat valt eenvoudig in **tabel 3** te zien, dit jaar aardig divers gegrossierd in de diverse N-termen. We zien ook dat men bij nogal wat wiskundevakken is afgeweken van de op voorhand gepubliceerde bandbreedte van 0,8 tot 1,3. Bij de besprekingen van de verschillende vakken wordt hierop verder ingegaan. Omdat er dit jaar bij de havo-scholen die nog bezemexamens wiskunde aanboden geen gegevens via de versnelde correctieprocedure zijn ingewonnen,

ontbreken bij de oude-stijl-vakken havo jammer genoeg de gegevens rond gemiddelde en percentage onvoldoendes. We hebben dus geen objectief beeld van de wijze waarop deze examens 'in het land' gemaakt zijn. Uiteraard zijn dit examens die niet geheel en al los staan van de Tweede Fase examens. Er is, met andere woorden, het een en ander aan overlap. Zodoende kunnen we ons wel enigszins een beeld vormen van de wijze waarop door een min of meer vergelijkbare groep omgegaan is met deze opgaven.

Daar waar in het verleden gebruik gemaakt werd van de zogenoemde 'cesuurvaststelling' wordt sinds het examenjaar 2000 de normeringsterm gehanteerd. In **tabel 3** valt op dat de N-term ook dit jaar in een enkel geval kleiner dan 1 is gekozen. Ondanks het feit dat we nu in 2002 voor de derde keer in successie gebruik maakten van deze procedure, riep dat hier en daar in het land nog steeds bevreesdheid op. In tegenstelling tot de oude procedure kan deze normeringsterm ook een cijfer opleveren dat lager is dan het cijfer dat zou ontstaan door op de 'klassieke' wijze van score naar cijfer te gaan, met andere woorden uitgaand van de formule

$$\text{cijfer} = \frac{\text{behaalde score}}{\text{maximumscore}} \cdot 9 + 1$$

Tabel 4

Jaar	VBO/MAVO-D-examen			Afstand C/D (*)	VBO/MAVO-C-examen		
	N-term	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)		N-term	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)
2002	1,1	6,0	33	1,5	1,1	5,8	37
2001	1,4	6,1	33	1,1	1,4	5,9	36
2000	1,0	6,8	12	1,1	1,0	6,4	23
	Cesuur	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)		Cesuur	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)
1999	53/54	6,0	33	1,2	51/52	5,8	38
1998	51/52	5,9	34	0,6	54/55	5,8	36

(*) Met een afstand 1,5 wordt bedoeld dat een gemiddelde D-kandidaat een cijfer op het C-examen gehaald zou hebben dat 1,5 hoger zou liggen dan zijn resultaat voor het D-examen.

Tabel 5 - VBO/MAVO D

Opgave	Schaatsen voor water				Kolding Byferie				Bedrukken van shirts			Centraal Bureau voor de Statistiek					Toblerone chocorepen				Hardloopwedstrijden			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
max.score	3	5	5	3	4	5	4	4	3	3	4	3	4	4	3	4	4	5	4	3	2	3	3	5
p'-waarde	82	78	60	18	80	52	60	14	94	51	41	88	73	48	80	51	33	28	24	64	44	70	66	40

Tabel 6 - VBO/MAVO C

Opgave	Schaatsen voor water				Bedrukken van shirts				Poppenhuis				Centraal Bureau voor de Statistiek					Inhoud van een doosje				Kolding Byferie			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
max.score	2	4	3	5	3	4	4	3	3	4	3	4	3	4	4	3	3	3	3	4	4	4	5	4	4
p'-waarde	79	64	66	59	95	88	76	41	66	38	34	19	71	56	28	63	58	84	9	45	27	58	23	27	65

Een N-term van 0,8 bijvoorbeeld maakt voor het overgrote deel van de leerlingenpopulatie gebruik van de licht gewijzigde formule

$$\text{cijfer} = \frac{\text{behaalde score}}{\text{maximumscore}} \cdot 9 + 0,8$$

Voor iemand die daar niet op bedacht is, kan een dergelijke N-term kleiner dan 1 nogal wat tegenspoed opleveren. Maar een docent die zijn vak bijhoudt, zou hier nu toch wel vertrouwd mee moeten zijn...

VBO/MAVO C/D

[Petra Boon]

De wiskunde-examens vbo/mavo-C/D bleken nogal diverse, zo niet tegengestelde reacties op te roepen. Dit moge blijken uit onderstaand collage van citaten van de regionale besprekingen.

- Een leuk examen.
- Het MAVO-D-examen was wat niveau betreft goed.
- Tevreden over het C-niveau, het D-werk bleek toch wat lang te zijn.
- Het is niet moeilijker dan de andere jaren. Een goede MAVO-leerling uit de derde klas had het ook kunnen maken.

- C-examen: tekstueel moeilijk en te lang.
- D-examen: eenzijdig en te lang.
- Het examen wiskunde MAVO-D heb ik tegelijkertijd met de leerlingen gemaakt. Ik kon het werk niet binnen de gestelde tijd afkrijgen.

In vergelijking met de afgelopen jaren waren deze examens zeker niet opvallend moeilijker; zie hiervoor **tabel 4** waarin de resultaten van de laatste jaren zijn opgenomen. Deze tabel bestuderend, zou geconstateerd kunnen worden dat de examens van 2000 een uitbijter vormen en die van 2002 niet opvallen tussen de rest.

In de **tabellen 5 en 6** vindt u informatie over de diverse vragen van de examens 2002 afzonderlijk. Uit deze tabellen blijkt dat er bij het D-examen twee vragen erg moeilijk waren: vraag 4 en vraag 8. Vraag 4 over de twee boxplots was geen makkelijk te nemen hindernis. Zeker niet aan het begin van het examen. Deze vraag was in principe een redeneervraag maar ook was er de mogelijkheid om dit al rekenend tot een goed einde te brengen. Zie daarvoor bijvoorbeeld de betreffende variant in het correctievoorschrift. Een leerling die kiest voor een dergelijke oplossing verliest echter veel tijd bij deze vraag. Daarover verderop nog een enkele opmerking. Vraag 8 was geen redeneervraag maar een rekenvraag. Toch bleek deze vraag zo gecompliceerd dat deze vraag

Het Centraal Bureau voor de Statistiek heeft allerlei gegevens van de bevolking van Nederland bij. In de tabel hieronder staan enkele gegevens over de bevolking van Nederland en de verdeling per provincie in het jaar 1996.

	Aantal inwoners van 0 – 18 jaar in procenten	Totaal aantal inwoners ($\times 1000$)	Aantal inwoners per km^2 land
Groningen	20,0	558,5	238
Friesland	23,3	611,9	182
Drenthe	22,3	457,2	172
Overijssel	23,3	1 053,6	315
Flevoland	29,3	275,1	192
Gelderland	22,6	1 676,3	374
Utrecht	22,5	1 071,2	788
Noord-Holland	20,8	2 488,0	928
Zuid-Holland	22,1	3 331,9	1 163
Zeeeland	21,2	367,8	205
Noord-Brabant	20,3	2 290,1	483
Limburg	20,7	1 133,4	522
Nederland	21,6	15 492,7	456

- 13 Bereken hoeveel procent van alle inwoners van Nederland in de provincie Zuid-Holland woont. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.
- 14 Bereken hoeveel inwoners van 19 jaar en ouder de provincie Drenthe had. Schrijf je berekening op.
- 15 Welke provincie had in 1996 het kleinste aantal inwoners van 0 – 18 jaar? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Kolding Byferie is een vakantiepark in Denemarken met appartementen voor twee, vier, zes en acht personen. In een vakantiefolder zie je de volgende foto van de appartementen.



Er zijn twee verschillende tweepersoonsappartementen. In figuur 2 zie je de plattegronden met beschrijvingen.

figuur 2

'De Cirkel'
Tweepersoonsappartement met open slaapkamer achter de keuken en badkamer.



'De Driehoek'
Tweepersoonsappartement met een slaapkamer achter de keuken (8 m²). Open slaapkamer achter de keuken en badkamer.



De vloer van het linker appartement uit figuur 2 is een cirkel. De diameter van deze cirkel is 8 meter.

Simone beweert dat de vloeroppervlakte van 'De Driehoek' groter is dan die van 'De Cirkel'. Je hoeft geen rekening te houden met de dikte van de muren.

- 16 Laat met een berekening zien dat Simone ongelijk heeft.

VBO/MAVO C (EN D)

alleen door de heel goede leerling te maken was. Eerst de eenheden van de inhouden gelijk maken en daarmee de verhouding berekenen bleek voor velen een te complex geheel.

Opvallend was dat de meetkunde-opgave *Toblerone chocoladerepen* zoveel problemen opleverde. De openingsvraag waar men een oppervlakte van een gelijkzijdige driehoek moest uitrekenen, leverde bij de zwakke leerling al een groot probleem op. Jammer, want dit was door de examenmakers bedoeld als een standaardvraag.

Bij het C-examen vielen ook twee vragen door hun kennelijke moeilijkheid op. Als eerste is in dat verband vraag 12 over het trapje bij het poppenhuis te noemen. Na afloop werd naar aanleiding van deze vraag geconstateerd dat een toevoeging als 'Arend zaagt het hoeklatje in voldoende stukken om de trap te kunnen maken' deze vraag waarschijnlijk minder gecompliceerd had gemaakt.

Alle meetkundevragen waren sowieso niet eenvoudig. In de opgave *Inhoud van een doosje*, waar meetkunde en algebra werden gecombineerd, zat de tweede moeilijke vraag, namelijk vraag 19. Hierbij bleek de opdracht om in woorden uit te leggen hoe een woordformule gemaakt was, voor veel leerlingen een te hoge drempel.

Ook dit jaar kwam na het examen een opmerking over de leesbaarheid van de examens aan de orde. Bij de

VBO/MAVO C EN D

constructie van de examens wordt steevast lang nagedacht over vragen als 'Leg je alles uit?', 'Mag je er vanuit gaan dat leerlingen zelf aannames kunnen maken?' of 'Zijn alle begrippen die we in de examens gebruiken bekend bij de leerlingen?'. 'Niet te veel tekst' en 'Eenvoudige woorden gebruiken' worden weliswaar als uitgangspunten bij de examenconstructie gehanteerd maar de vervolgvraag is dan altijd natuurlijk of alle gehanteerde begrippen nog wel duidelijk zijn. Het balanceren tussen te veel en te weinig tekst is tijdens het examenconstructieproces voortdurend aan de orde.

Wiskunde is onder meer een strategie kiezen om een probleem handig op te lossen. Een voorbeeld hiervan is de derde vraag bij de context *Centraal Bureau voor de Statistiek*. Veel leerlingen hebben voor alle twaalf provincies het aantal inwoners van 0 – 18 jaar uitgerekend. Bij deze opgave hoort de strategie dat dit aantal niet bij alle provincies uitgerekend hoeft te worden. Zo hoeft deze berekening bijvoorbeeld niet bij Zuid-Holland plaats te vinden omdat de combinatie van percentage en aantal inwoners een veel te groot antwoord zou geven. Zo kun je veel meer provincies 'uitschakelen'. Natuurlijk is de vraag zonder deze strategie te maken maar in dat geval kost de vraag wel erg veel tijd. Een leerling kan daardoor in tijdnood komen en de laatste vragen afraffelen. Een conclusie

Tabel 7 - HAVO A12

Opgave	Servicekosten				EPO				Autobanden					Memory				Nieuwe tijden			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	4	4	5	4	4	5	4	4	6	4	5	5	3	5	4	6	3	4	4	4
p'-waarde	83	63	69	46	86	5	57	31	46	37	41	22	14	65	39	24	21	93	62	54	20

zou dan kunnen zijn dat het betreffende examen niet zozeer te moeilijk is maar het bij een dergelijke leerling aan de juiste aanpak ontbreekt om het probleem binnen de gestelde tijd op te lossen. Deze strategievragen zullen zeker in elk examen terug blijven komen. Tenslotte is ook dat wiskunde.

HAVO A12

[Kees Lagerwaard]

De algemeen heersende opinie van docenten was: 'Toen ik het examen onder ogen kreeg, leek het me prima. Maar de scores van de leerlingen vallen behoorlijk tegen.'

Ook voor de examenmakers kwamen de lage scores als een verrassing. De eerste twee examens wiskunde A12 in de vernieuwde Tweede Fase werden naar verwachting gemaakt. Ja, de eerste voorloopgroep van 2000 deed het zelfs boven verwachting goed. Met een N-term 1,0 lag in beide jaren het gemiddeld cijfer ruim boven de 6. En dan zien we in 2002 dat de gemiddelde score bijna 40 is op een schaalengte van 90. Hoe kan dat?

In onze zoektocht naar een antwoord op deze vraag kijken we eerst naar de scores per vraag (zie tabel 7).

Gezien de scores was de eerste opgave een goede startopgave. Alleen vraag 4 bleek vrij lastig. Er moest hier een ongelijkheid worden opgesteld die met de GR kon worden opgelost. Maar ook met gericht proberen was deze vrij snel op te lossen.

In de tweede opgave, *EPO*, kwam vraag 6 voor, de moeilijkste vraag uit het examen. Maar liefst 86% van de kandidaten scoorde hier geen enkel punt voor.

Kennelijk waren kandidaten niet vertrouwd met het idee dat zo'n boxplot op te vatten is als een klassenindeling van de gegevens met in elke klasse 25% van de waarnemingen, waardoor je met zekerheid kunt zeggen dat de waarden in elk kwart ten minste zo groot zijn als de ondergrens. Slechts 1% van de kandidaten gaf een volledig correct antwoord.

Ook de twee vragen over de normale verdeling in deze opgave scoorden met 57 en 31 niet echt hoog.

In *Autobanden* kwamen in de vragen 9 en 10 exponentiële en lineaire groei aan bod. In vraag 10 werd expliciet om een vergelijking van de gegeven lijn gevraagd. Hoewel sommige docenten bezwaar bleken te hebben tegen het voorschrijven van de aanpak van deze vraag, was het vragen van die vergelijking volgens het examenprogramma volstrekt legitiem.

De GR-onderzoeksvraag 12 werd niet goed gemaakt, maar vraag 13 had een nog lagere p'-waarde: 14. De makers van dit examen hadden verwacht dat leerlingen in grote meerderheid wel de afgeleide zouden kunnen

Uit de wielersport komen de laatste jaren regelmatig berichten over dopinggebruik. Wielrenners lijken steeds vaker naar verboden middelen te grijpen om hun prestaties te verhogen. Een van de meest genoemde stoffen is *erythropoëtine*, kortweg EPO. Dit middel bevordert de aanmaak van rode bloedlichaampjes, waardoor de zuurstoftransportfunctie van het bloed wordt vergroot. Je gaat hierdoor beter presteren. De hematocrietwaarde is de hoeveelheid rode bloedlichaampjes als percentage van de totale hoeveelheid bloed. Die hematocrietwaarde stijgt dus als een wielrenner EPO gaat gebruiken.

Bij een wielervedstrijd in 1997 heeft men de hematocrietwaarden van een aantal wielrenners gemeten. Daarvan staan de meetresultaten in tabel 1.

Hematocrietwaarde	41	42	43	44	45	46	47	48	49
Frequentie	2	3	5	11	15	8	4	3	2

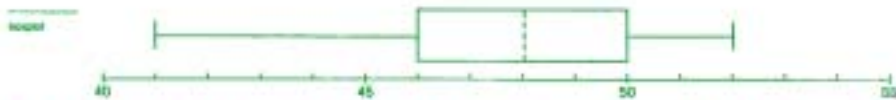
Hematocrietwaarde	50	51	52	53	54	55	56	57
Frequentie	1	0	0	1	2	0	0	1

- 49 5 □ Bereken de gemiddelde hematocrietwaarde van deze wielrenners.

Ook in 1998 en 1999 heeft men bij deze wielervedstrijd van een aantal wielrenners de hematocrietwaarde gemeten.

In 1998 was de gemiddelde hematocrietwaarde 45,9.

De hematocrietwaarden uit 1999 zijn verwerkt in onderstaande boxplot.



- 49 6 □ Toon aan dat, op grond van de boxplot, de gemiddelde hematocrietwaarde in 1999 zeker groter was dan in 1998.

HAVO A12

opstellen en de waarde 10 miljoen zouden kunnen invullen. Daarmee zouden al 3 van de 5 scorepunten binnen zijn. We vreesden wel dat het verwoorden van de betekenis lastig zou zijn. Tot onze schrik bleek 83% de functie niet te kunnen differentiëren.

Kansrekening was het thema in de opgave *Memory*. De eerste vraag lukte nog aardig, maar de scores van de vervolgvragen werden steeds wat lager. Bijna de helft van de kandidaten haalt voor de vragen 15, 16 en 17 geen enkel punt.

Zonder zich ergens bewust van te zijn, zorgde een horlogefabriek voor de laatste vier vragen. Hoewel dit type horloge al jaren bestaat, is het niet echt populair geworden. De eerste vraag was een eenvoudige instapvraag. De twee volgende vragen gingen ook nog vrij redelijk. De laatste vraag over een formule bleek moeilijk. Welke rol vermoeidheid speelt bij een laatste vraag, zullen we wel nooit weten.

Al met al was het een van de kortste havo-A-examens aller tijden. Elke opgave besloeg niet meer dan één bladzijde, waarbij ook nog ruimte werd ingenomen door tabellen, grafieken of illustraties. Er is veel zorg besteed aan het leesgemak. In toepassingsgerichte wiskunde ontkom je niet aan tekst om een probleemsituatie te schetsen. We proberen die teksten zo helder en leesbaar mogelijk te maken. Voor taalzwakke leerlingen kan de tekst toch nog lastig zijn. Maar nogal wat leerlingen schieten niet te kort in

leesvaardigheid, maar in hun vermogen om te analyseren en te structureren. Een deel van de moeilijkheid van de vragen zit in het doorgronden van de situatie en het bedenken van de aanpak. Pas daarna komen dan de wiskundige technieken (techniekjes, zeggen veel echte wiskundigen liever). Zonder probleemoplosvaardigheden, zoals in het examenprogramma worden beschreven in het domein A Vaardigheden, kom je niet ver.

Het examen telde dus twee vragen die veel te moeilijk bleken. Maar dat verklaart de lage scores maar ten dele. Uit onderzoek is gebleken dat de populatie havo-A12-leerlingen minder vaardig is in wiskunde dan de examenkandidaten die tot 2000 in wiskunde-A oude stijl zijn opgeleid. Een sluitende verklaring hiervoor ontbreekt nog. Omvat de huidige populatie A12 kandidaten die in de oude-stijl-situatie geen wiskunde A gekozen zouden hebben, omdat het E&M-profiel voor sommigen een vluchtprofiel is, met negatieve gevolgen voor inzet en inzicht? Moet de leerling in de tweede fase de aandacht over zoveel vakken verdelen dat er minder tijd aan wiskunde A12 wordt besteed dan vroeger? Is het programma te omvangrijk? Is het aantal contacturen voor wiskunde A12 te klein?

Uit de steekproef van ruim 2000 leerlingen blijkt dat de C&M-leerlingen die examen wiskunde A12 deden, weliswaar nog wat lager scores, maar dat effect wordt

Tabel 8 - HAVO B1

Opgave	Functies			Schuttersfeest				Sterkte van een balk				Zwangerschapsduur					Beatrix-euro's				
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	4	4	4	4	4	4	4	3	5	4	5	2	5	4	3	6	3	4	3	5	3
p'-waarde	50	24	40	47	58	58	15	94	45	8	22	45	49	36	65	33	85	69	73	52	31

Tabel 9 - HAVO B12

Opgave	Functies					Sterkte van een balk				Zespiramiden-vaas				Derdegraads-functie			Bevolkings-dichtheid		
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	4	5	4	4	4	3	5	4	3	10	6	4	5	4	4	5	4	5	5
p'-waarde	51	52	53	50	30	92	60	27	52	74	73	65	69	41	38	23	44	42	24

gecompenseerd door de (weinig) leerlingen uit N&G en N&T die wiskunde A12 erbij doen. De CEVO heeft de N-term vastgesteld op 1,8. Hierdoor is het gemiddeld cijfer 5,8 geworden. Maar ondanks die hoge N heeft toch nog liefst 41% van de leerlingen geen voldoende weten te scoren. Een resultaat dat zorgen baart.

HAVO B

[Gerard Stroomer]

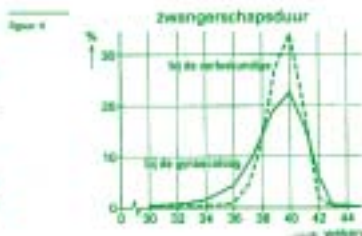
Bij de centrale bespreking op 28 mei vond men het examen havo wiskunde B1 aan de moeilijke kant, waarbij ook de keuze van de startopgave ongelukkig genoemd werd. Over het examen havo wiskunde B12 daarentegen was men overwegend positief. Hoe teleurstellend was echter het resultaat. Bij de waarde $N = 1,0$ zou het percentage onvoldoendes voor havo wiskunde B1 gelijk zijn aan 62 en voor havo wiskunde B12 aan 47. Om een (maatschappelijk) aanvaardbaar resultaat te verkrijgen heeft de CEVO de N-term voor havo wiskunde B1 vastgesteld op 2,0 en voor havo wiskunde B12 op 1,8. De vraag blijft of het examen zoveel te moeilijk was of dat er iets mis is met het havo. Ongetwijfeld zal daar het laatste woord nog niet over gesproken zijn.

Havo B1

In **tabel 8** staan de maximumscores en de p'-waarden bij de vragen van het havo-B1-examen. De startopgave *Functies* is een kale opgave. De eerste vraag, een ongelijkheid oplossen, zou zeker met behulp van een grafische rekenmachine geen probleem mogen zijn; een gemiddelde score van 50% is dan niet hoog. De tweede vraag vroeg naar een punt van de grafiek waarin de richtingscoëfficiënt gelijk aan -1 is. 60% van de kandidaten uit de steekproef behaalde voor deze vraag 0 punten. Sommige docenten gaven aan dat de term richtingscoëfficiënt niet in hun bovenbouwboeken voorkomt. Deze term staat echter wel in de eindtermen en ook in het nomenclatuurrapport van de NVvW, twee documenten die door de examenmakers regelmatig worden geraadpleegd. Van de startopgave werd 38% van de punten behaald. Leerlingen zijn kennelijk zo getraind in het maken van contextrijke opgaven dat een kale opgave al gauw moeilijk is. Van de opgave *Schuttersfeest*, waarin vooral telproblemen voorkomen, waren de eerste drie vragen redelijk te doen. De laatste vraag was moeilijker: 66% van de leerlingen behaalde hiervoor 0 punten. De opgave *Sterkte van een balk* bevat de gemakkelijkste en de moeilijkste vraag van het examen. Voor vraag 8 behaalde 88% van de kandidaten het maximale aantal punten, voor vraag 10 behaalde 83% van de kandidaten 0 punten. De stelling

Zwangerschapsduur

Vrouwem die zwanger zijn, kunnen bij de bevalling begeleid worden door een verloskundige of door een gynaecoloog. In figuur 4 is de procentuele verdeling van de duur van de zwangerschap (in weken) waargenomen voor bevallingen begeleid door een verloskundige en voor bevallingen begeleid door een gynaecoloog.



12 □ Mag je uit figuur 4 concluderen dat het aantal bevallingen bij de verloskundige groter is dan het aantal bevallingen bij de gynaecoloog? Licht je antwoord toe.

Op grond van figuur 4 stemt we aan dat bij de gynaecoloog de kans op een bevalling met een zwangerschapsduur van 40 weken 22% is.

Een gynaecoloog begeleid is een jaar 150 bevallingen.

13 □ Bereken de kans dat bij meer dan 30 bevallingen de zwangerschapsduur 40 weken is. Geef je antwoord in procenten nauwkeurig.

Bevolkingsdichtheid

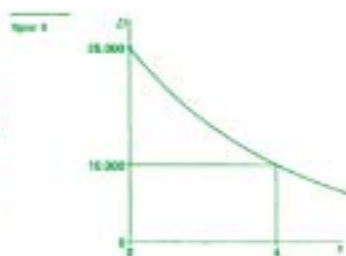
Wijkje is een stad die dicht bij het centrum liggen zijns dichtst bevolkt dan wijken verder van het centrum af.

In 1950 begon men een onderzoek naar het verband tussen de bevolkingsdichtheid in een stad en de afstand tot het stadscentrum.

De bevolkingsdichtheid D in een punt P is het aantal inwoners in een cirkelvormig gebied rond P met een oppervlakte van 1 km^2 .

In figuur 9 zie je een grafiek die voor een bepaalde stad het verband tussen de afstand x tot het stadscentrum (in km) en de bevolkingsdichtheid D weergeeft.

Uit deze grafiek kun je aflezen dat op een afstand van 4 kilometer van het stadscentrum de bevolkingsdichtheid gelijk is aan 10.000 inwoners per km^2 .



Bij de grafiek van figuur 9 hoort de exponentiële formule $D = a \cdot e^{-bx}$, hierin zijn a en b constanten.

17 □ Bereken met behulp van figuur 9 de waarden van a en b . Rond in je antwoord gevonden waarden die niet geheel zijn af op twee decimalen.

Voor een tweede stad heeft men het volgende lineaire verband tussen $\ln(D)$ en x gevonden:

$$\ln(D) = 10 - 0,2x$$

18 □ Toon algebraïsch aan dat bij benadering geldt: $D = 22.000 \cdot e^{-0,2x}$

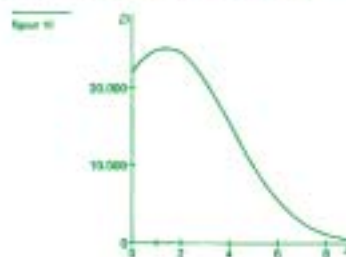
Later heeft men ontdekt dat de aan het begin gegeven formule $D = a \cdot e^{-bx}$ dikwijls niet voldoet, omdat vernaar het centrum gezien de dichtheid eerst toeneemt en vervolgens weer afneemt.

Voor de tweede stad leende die een nieuwe

formule op: $D = 22.000 \cdot e^{0,2x} - 4.211x^2$

De grafiek van D is in figuur 10 getekend.

19 □ Bereken met behulp van differentiatie op welke afstand van het centrum de bevolkingsdichtheid maximaal is.



HAVO B1

van Pythagoras zijn veel kandidaten inmiddels kennelijk vergeten.

In de opgave *Zwangerschapsduur* spelen de normale en de binomiale verdeling de hoofdrol. Bij de vragen 13 en 16 moeten kansen worden berekend waarbij de tabel voor de binomiale verdeling niet gebruikt kan worden omdat deze niet de gegeven waarden van n en p bevat. De grafische rekenmachine moet hier uitkomst bieden. Helaas bieden de toegestane typen grafische rekenmachine hierbij niet alle evenveel mogelijkheden. Verrassend hoog was de gemiddelde score (61%) op de opgave *Beatrix-euro's*. Vooral de vragen 19 en 20, over een niet gemakkelijk te interpreteren grafiek, zijn beter gemaakt dan wij verwacht hadden. Een lichtpuntje voor de toekomst?

Havo B12

In tabel 9 staan de maximumscores en de p'-waarden bij de vragen van het havo-B12-examen.

De startopgave *Functies* bestaat uit vijf vragen: de drie vragen uit het examen wiskunde B1 en twee extra vragen over het differentiëren van een wortelfunctie en het verschuiven van een grafiek. Voor de vragen 1, 3 en 4, die ook in het examen wiskunde B1 voorkomen (daar waren dit de vragen 1, 2 en 3), behaalden de B12-kandidaten gemiddeld 51% van de maximale score. De gemiddelde B1-leerling ging hier met respectievelijk 50%, 24% en 40% van de maximale score naar huis.

HAVO B12

De opgave *Sterkte van een balk* is gelijk aan de gelijknamige opgave in het examen wiskunde B1, behalve de laatste vraag. Omdat in het examen al genoeg vragen over differentiëren voorkomen, mocht de laatste vraag hier ook met de grafische rekenmachine worden opgelost. Voor de vragen 6, 7 en 8 behaalden de kandidaten gemiddeld 57% van de maximale score, terwijl de gemiddelde score voor de B1-leerlingen over deze vragen 45% was. De meetkunde-opgave werd ook dit jaar het best gemaakt. De opgave *Zespiramidenvaas* bevat vragen over aanzichten, hoeken, oppervlakte en inhoud. De moeilijkste opgave bleek *Derdegraadsfunctie*. Bij deze opgave hadden de kandidaten de kettingregel en de productregel voor differentiëren nodig. Het examen sloot af met de opgave *Bevolkingsdichtheid*, geënt op een Amerikaans onderzoek.

VWO A

[Ger Limpens]

De vwo-examens wiskunde A1 en A12 vertoonden een grote mate van overlapping: 8 vragen in 3 verschillende contexten kwamen in beide examens voor. Op grond van deze overlap kon na afloop in de toets- en

Tabel 10 - VWO A1

Opgave	Vogels die voedsel zoeken				Sparen			Jongen of meisje				Leidingwater				Lentevoordeelweken			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	4	5	8	4	4	3	5	3	3	6	4	3	4	3	4	6	3	4	5
p'-waarde	87	78	48	74	80	85	19	73	45	28	67	96	34	87	44	8	62	31	41

itemanalyse vastgesteld worden dat de gemiddelde A12-leerling die het A1-werk gemaakt zou hebben voor dat A1-werk een volle scorepunt hoger gescoord zou hebben. Anders gezegd: de A12-leerling met een cijfer 6,3 (gemiddelde cijfer uitgaande van $N = 1,4$) zou voor het A1-werk een 7,3 gehaald hebben (uitgaande van $N = 1,6$ aldaar). Of dit gegeven strookt met de mening van een meerderheid tijdens de regionale besprekingen die vond dat het niveauverschil tussen beide examens te gering is, valt wellicht te betwijfelen. De eerlijkheid gebiedt te zeggen dat de verschillende N-termen hier het overzicht niet ten goede komen, maar zelfs al zou men ook voor het A1-examen een N-term ter grootte van 1,4 gebruiken, dan nog zou dit verschil 0,8 in cijferpunten opleveren.

Vwo A1

Het examen vwo A1 bestond uit 5 opgaven, onderverdeeld in 19 vragen. Statistiek en kansverdeling, toegepaste analyse en discrete wiskunde waren alle vertegenwoordigd. Uiteraard met meer aandacht voor statistiek en kansverdeling en toegepaste analyse dan voor discrete wiskunde. In de toetsmatrijzen zoals die bijvoorbeeld publiek gemaakt waren in de verschillende uitgaven van Cito/CEVO voor de centrale examens was al duidelijk geworden dat dit laatste gebied, discrete wiskunde, slechts in beperkte mate aan de orde zou komen. Concreet

betekende dit voor het examen 2002 dat alleen de opgave *Sparen* (vragen 5 t/m 7) het onderwerp discrete wiskunde, nauwkeuriger de eindtermen 26-28 (subdomein Rijen) behelsde. De opgave *Vogels die voedsel zoeken* had zowel betrekking op toegepaste analyse (vragen 1 en 2) als op statistiek (vragen 4 en 5). De opgave *Jongen of meisje* betrof in zijn geheel statistiek en kansrekening (vragen 8 t/m 11). Het piéce de résistance, *Leidingwater*, was duidelijk toegepaste analyse en de laatste opgave van dit examen, *Lentevoordeelweken*, betrof zowel kansrekening (vragen 17 en 19) als toegepaste analyse (vraag 18).

In **tabel 10** treft u de diverse p'-waarden en de maximumscores horend bij de diverse vragen aan. Bij vraag 1 moet wellicht gewag gemaakt worden van het feit dat er, direct na afname van dit examen (en A12), wat verwarring ontstond over de 4 maximaal te verdienen scorepunten terwijl er 'slechts' 3 aandachtspunten in de betreffende vraag aan de orde gesteld werden. Dat een van deze aandachtspunten een onderverdeling van twee scorepunten bleek te kennen, riep meer reacties van verontruste leerlingen dan van docenten op. Zo was er hier en daar (LAKS) zelfs al ten onrechte sprake van een verondersteld, verwacht erratum. Saillant om te constateren dat de eerdere roep naar verdere specificering van correctievoorschriften die tot een uitsplitsing op 1-punts-antwoordelementen

Lentevoordeelweken

Een supermarkt houdt elk jaar in de lente een actie onder de naam 'Lentevoordealweken'. Tijdens die actie ontvangt iedere klant bij ten minste 50 euro aan boodschappen twee krasloten. Op elk kraslot staat één vakje. Als men dat openkraakt, wordt de afbeelding van een kievit, een lammetje, een natter of een vogelverschrikker zichtbaar.

De klant moet direct aan de kassa, voordat hij de supermarkt heeft verlaten, de twee opengekraakte krasloten inleveren. Wanneer op beide krasloten dezelfde afbeelding staat, wint de klant een tegoedbon.

De kans op een tegoedbon hangt af van de verdeling van de vier afbeeldingen over de krasloten.

Neem aan dat de vogelverschrikker op 10% van de krasloten voorkomt en de andere drie afbeeldingen elk op 30% van de krasloten. De krasloten liggen, in willekeurige volgorde, op een stapel bij de kassa.

Een klant heeft nu juist twee krasloten ontvangen.

- 17 □ Bereken de kans dat de klant met deze twee krasloten een tegoedbon wint.

De eigenaar van de supermarkt wil niet te veel tegoedborden weggeven. Daarom onderzoekt hij of een andere verdeling van de afbeeldingen over de krasloten gunstiger is. Hij gaat er daarbij van uit dat de vogelverschrikker met een kans k op de krasloten voorkomt en de overige drie afbeeldingen elk met een kans $\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k$. Daarmee kan hij uitrekenen hoe groot de kans is dat een klant met twee krasloten een tegoedbon wint. Die kans is gelijk aan:

$$P(\text{tegoedbon met twee krasloten}) = \frac{1}{3}k^2 - \frac{2}{3}k + \frac{1}{3}$$

Met behulp van deze formule kan de eigenaar nu onderzoeken voor welke waarde van k de kans op een tegoedbon zo klein mogelijk is.

- 18 □ Voer dit onderzoek uit.

VWO A1 (EN A12)

in die correctievoorschriften leidde, met name bij leerlingen hier niet tot helderheid leidde.

Verder werd er hier en daar een kritische noot gekraakt over het normaal waarschijnlijkheidspapier dat deze keer toegevoegd was. Het mag duidelijk zijn dat deze kritiek - die zich toespitte op het ontbreken van visuele ondersteuning in het petieterige rooster - ter harte genomen zal worden. Aan de andere kant moet ook worden opgemerkt dat het zeker niet vanzelfsprekend is dat dit papier, indien noodzakelijk bij een examenvraag, altijd door de examenmakers zal worden toegevoegd. Er zullen zich situaties voor kunnen doen waarbij onderdeel van de oplosstrategie zal zijn: beslissen of en zo ja welk bijzonder geschaald papier gehanteerd moet worden.

De opgave *Sparen* startte goed, maar bij vraag 7, het vaststellen van het jaarlijks te storten bedrag, uitgaande van een vast percentage, kunnen we aan de p' -waarde ($p' = 19$) aflezen dat deze vraag voor het overgrote deel van de populatie te hoog gegrepen was. Wij hadden deze vraag op voorhand niet als zodanig moeilijk ingeschat.

Bij de opgave *Jongen of meisje* is te zien dat met name vraag 10, waarbij, uitgaande van 5000 vrouwen met kinderen, nagerekend moest worden dat er meer jongens dan meisjes geboren werden, veel leerlingen hun hoofd gebroken hebben over het gegoochel met de diverse cijfers en aantallen. Ook hier werd naderhand

een enkele kritische opmerking beluisterd maar aan de p' -waarde af te lezen is dit alleszins een vraag geweest met een acceptabel onderscheidend vermogen.

Zoals hierboven al aangegeven, was de opgave *Leidingwater* toch wel het pronkstuk van dit examen. Echter niet voor leerlingen: vraag 16 scoorde dermate laag dat men moet stellen dat deze vraag ver boven het hoofd van de modale A1-leerling heen schiet. Gedeeltelijk is dat wellicht te wijten aan het feit dat we in het correctievoorschrift een deelaanpak niet voorzien hebben die hier en daar nog wel blijkt te zijn voorgekomen. Ook deze vraag is dus door ons, zo mogelijk zelfs nog wat meer, net als vraag 7 onderschat.

Lentevoordealweken was de slotopgave met daarin, zoals al aangegeven, een combinatie van kansrekening en analyse. Nogal wat leerlingen bleken hier niet in staat te zijn om het minimum van een kwadratische functie, gebruik makend van de GR, te vinden. Een veeg teken wellicht. In ieder geval drukt ons dat weer met de neus op het feit dat gebruik maken van de GR voor met name de A1-populatie nog niet een vanzelfsprekende zaak is.

Al met al zag men achteraf voldoende redenen om de N -term bij dit examen vast te stellen op $N = 1,6$. Als gevolg daarvan kwam het percentage onvoldoende op 23% en het gemiddelde werd daarmee 6,4.

Tabel 11 - VWO A12

Opgave	Vogels die voedsel zoeken				Energiebronnen					Jongen of meisje			Lentevoordeel- weken				Aardbeien			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max.score	4	5	8	4	3	4	5	5	5	3	3	7	3	5	4	5	4	4	4	5
p'-waarde	92	86	54	65	56	24	13	43	62	78	67	61	74	21	57	46	56	68	67	22

Vwo A12

In **tabel 11** treft u de de maximumscore en de diverse p'-waarden horend bij de diverse vragen van het A12-examen aan.

Zoals gezegd vertoonde dit examen een flinke mate van overlap met de examens wiskunde vwo A1. Maar uiteraard werden er ook nogal wat 'profiel-specifiekere' zaken aangekaart. Zo is er allereerst vraag 4, de laatste vraag van *Vogels die voedsel zoeken*. Hoewel er gebruik gemaakt werd van dezelfde gegevens als bij de vergelijkbare vraag in A1 werd hier toch een duidelijk andere vraag gesteld. Uiteraard was het mogelijk geweest, deze vraag ook aan het A1-publiek voor te leggen. Toch vonden we dit een aardige gelegenheid om te laten zien dat er, ondanks het feit dat er voor dit specifieke aspect (kennis van normale verdelingen) geen onderscheid in de examenprogramma's is terug te vinden, een verschil in diepgang op het centraal examen gevraagd kan worden. Door hier de vraag ietwat meer te verpakken en te spreken over relatieve frequenties die met elkaar vergeleken moeten worden, is ook in de p'-waarden terug te vinden dat deze vraag duidelijk moeilijker is dan zijn A1-pendant.

De opgave *Energiebronnen* kwam ook gedeeltelijk voor in het A-oud-examen. Aan de hand van de p'-waarden springen vraag 6 en vraag 7 er duidelijk tussenuit. Vraag 6 betrof het dalende karakter van de uitdrukking. Hier en daar werd kritiek geuit op deze

vraag. Een van de bezwaren was het feit dat de betreffende uitdrukking, door gebruik te maken van de variabele f , leerlingen op het verkeerde been zou zetten. Men had daar, met andere woorden, liever een x gezien. Bovendien vond men ook dat het aantonen van dit dalende karakter toch wel erg specifiek werd voorgeschreven. Men moest dit immers, gezien de vraagstelling, doen met behulp van differentiëren. Natuurlijk kan het dalen eveneens, en misschien nog wel fraaier, aangetoond worden door beschouwingen over teller en noemer van de uitdrukking in f . Ook een onderzoek met behulp van de GR zou hier helderheid kunnen verschaffen. Aan de andere kant is het zo dat een examen nu eenmaal niet ontkomt aan het toetsen van een aantal in het programma opgenomen vaardigheden. Differentiëren valt daar ook onder. Wil je daar expliciet aandacht voor vragen, dan gebeurt dat onvermijdelijk op een dergelijk 'afgedwongen' wijze. En natuurlijk hebben we ook getracht – maar dat gebeurde elders in dit examen – een wat opener onderzoek aan de leerling voor te leggen waarbij men veeleer zijn eigen weg mocht kiezen. Vragen als vraag 8 en vraag 15 bijvoorbeeld laten veel meer de te hanteren aanpak open.

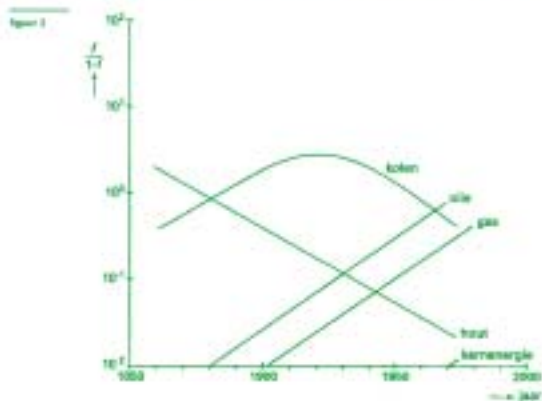
Vraag 7 was, zo valt te zien, de slechtst scorende vraag van dit examen. Heel veel leerlingen bleken niet in staat om in de betreffende formule f_{hout} 'vrij te maken'. Ze werden wellicht in verwarring gebracht door een

Hoe was voeger de belangrijkste energiebron. In het begin van de negentiende eeuw werd de rol van de belangrijkste energiebron overgenomen door kolen. De laatste jaren is het aandeel van olie en gas in het totale energieverbruik steeds groter geworden.

In het boek 'Energie, een economisch perspectief' besteden de schrijvers Th. v.d. Klundert en H. Peer aandacht aan de ontwikkeling van energiebronnen. Zij gebruiken daarbij de variabele f voor het aandeel van een energiebron zoals dat zich in de loop van de tijd ontwikkeld heeft ten opzichte van het totale energieverbruik. Dit aandeel f is een getal waarvoor geldt dat $0 \leq f \leq 1$. Hierbij betekent $f = 0$ dat deze energiebron helemaal niet gebruikt wordt en $f = 1$ dat uitsluitend van deze energiebron gebruik gemaakt wordt.

In het boek staat een afbeelding zoals in figuur 2. Door niet f maar $\frac{f}{1-f}$ uit te zetten en

beveelend op de verticale as een uitgepaste schaalverdeling te gebruiken, worden de meeste grafieken rechte lijnen. Figuur 2 staat ook op de bijlage.



Aan de hand van figuur 2 kunnen we voor f_{hout} , het aandeel van hout in het totale energieverbruik, de volgende formele afleiding:

$$\frac{f_{\text{hout}}}{1-f_{\text{hout}}} = 3,03 \cdot 0,96^t$$

In deze formule is t in jaren met $t = 0$ op 1 januari 1850.

Het verband tussen f_{hout} en t kan ook in een directe vorm worden weergegeven: $f_{\text{hout}} = \dots$

14. Stel met behulp van de gegeven formele voor $\frac{f_{\text{hout}}}{1-f_{\text{hout}}}$ een formule in een directe vorm voor f_{hout} op.

VWO A12

term als 'directe vorm' die reminiscenties op zou kunnen roepen aan 'directe somformule' of iets dergelijks. Hoe dat ook zij, het is tekenend om te constateren dat leerlingen er op dit moment in groten getale niet in slagen een dergelijke algebraïsche slag te maken. Ook vorig jaar mochten we dit al constateren. We hopen natuurlijk dat het feit dat we hier ook dit jaar weer aandacht voor vragen consequenties zal hebben voor de algebraïsche vaardigheden van toekomstige populaties...

Een vraag als vraag 9, waarbij een grafische representatie gekoppeld moest worden aan een gegeven jaarlijkse groeifactor, was een vraag waar na afloop door nogal wat collegae lovend over gesproken/geschreven werd. Dat is, namens de examenmakers sprekend, op zijn tijd ook prettig om te horen.

De opgave *Jongen of meisje* deed het niet slecht. Wel was vraag 12, of beter de bijbehorende opmerking in het correctievoorschrift, aanleiding voor nogal wat reacties, onder andere van de diverse voorzitters van de regionale besprekingen. Men vond in groten getale het aftrekken van een punt in geval er een normale benadering gehanteerd werd bij de binomiaal verdeelde stochast verbazingwekkend. De reacties en de daaruit voortvloeiende discussie heeft de CEVO er toe gebracht bij de vaststelling van de N-term hiermee rekening te houden: op grond van de bij nader inzien niet

verdedigbare korting is de N-term van 1,3 naar 1,4 gegaan. Ongetwijfeld zal over dit aandachtspunt nog uitvoerig gediscussieerd gaan worden.

Lentevoordeelweken kwam gedeeltelijk ook in het A1-examen voor. Vraag 14, over het aantonen van de juistheid van de gegeven kwadratische formule, was echter weer profielspecifiek en ook hier manifesteerden zich jammer genoeg weer de beperkte algebraïsche vaardigheden.

De opgave *Aardbeien* was gebaseerd op het DDM-onderwerp webgrafieken. Los daarvan was er, zo bleek naderhand, commentaar op het wiskundig correcte gebruik van de assen. Hier en daar viel te beluisteren dat de assen op de bij economie gebruikelijke wijze gehanteerd hadden moeten worden waarbij de grootheden P en Q dus verwisseld hadden moeten worden. Daarover is tijdens het constructieproces uitvoerig van gedachten gewisseld. Uiteindelijk is voor de gehanteerde aanpak besloten op grond van het feit dat de verschillende methodes daar niet alle op dezelfde manier mee omgaan en op grond van het feit dat in ieder geval het binnen wiskunde usance is de onafhankelijke variabele langs de horizontale as te plaatsen. De assen verwisselen had, zo vermoeden we, veel meer negatieve respons opgeroepen. De laatste vraag van deze opgave was (zie tabel 11) een van de moeilijkste van dit examen maar had ook de bedoeling te laten zien dat er binnen het domein DDM niet alleen

Tabel 12 - VWO B1

Opgave	Verschuivend zwaartepunt				Pestgedrag			Een beweging door (0,0)			Hoogwater te Gron.		Bal te water			Een kromme van middens		
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
max.score	3	4	4	6	4	4	5	6	4	6	4	7	4	5	4	4	4	6
p'-waarde	95	77	80	61	55	86	74	70	69	18	78	55	56	75	40	89	32	52

Tabel 13 - VWO B12

Opgave	Uit de kust				Pestgedrag			*	Een beweging door (0,0)			Wel of niet convergent		Bal te water			Op één lijn	
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
max.score	3	4	4	6	4	4	5	6	4	6	4	7	4	5	4	4	4	6
p'-waarde	97	60	74	78	60	91	85	49	75	77	31	71	27	72	87	55	47	46

(*) Brandpunt en richtlijn zoeken

standaardvragen gesteld hoeven te worden. De N-term van het A12-examen is vastgesteld op 1,4. Het bijbehorende percentage onvoldoendes is daarmee gekomen op 23%. Voor de volledigheid zij nogmaals opgemerkt dat er bij de vaststelling van $N = 1,4$ rekening gehouden is met de veranderde inzichten rond de opmerking in het correctievoorschrift bij vraag 12: in geval deze opmerking niet zou zijn opgenomen in het correctievoorschrift zou de N-term dus 1,3 geweest zijn.

VWO B

[Eric Severins, Edward van Kervel]

De beide wiskunde B examens zijn zowel bij de leerlingen als bij de docenten in het algemeen goed gevallen. Meest gehoorde reacties waren: goed te doen, niet te moeilijk, misschien iets te makkelijk, afwisselend, leuk. Dat is wel eens anders geweest bij wiskunde B op het vwo. De vragenlijsten die tijdens de regionale bijeenkomsten zijn ingevuld, bevestigen dit beeld. Ongeveer de helft van de aanwezigen vond het niveau van het examen goed, de andere helft vond het niveau zelfs iets aan de lage kant. De resultaten van het examen zijn dan ook goed te noemen: bij de vastgestelde normeringsterm $N = 0,8$ is

het gemiddelde bij wiskunde B1 gelijk aan 6,4 en bij wiskunde B12 is dit 6,6. De percentages onvoldoende zijn 26% resp. 24%.

Op de opgaven die in beide examens voorkwamen, scoorden de B12-kandidaten gemiddeld 4,2 punten (op een totaal van 42 overlap punten) meer dan de B1-kandidaten.

Vwo B1

In **tabel 12** staan de maximumscores en de p'-waarden bij de vragen van het B1-examen.

Als startopgave leverde *Verschuivend zwaartepunt* geen problemen op. Het lezen en invullen van formules en het gebruik van de GR verliepen goed. Het differentiëren van de gebroken functie om het minimum te bepalen ging wat minder.

De tweede opgave, *Pestgedrag*, ging over kansrekening. Opvallend is dat de eerste vraag, eigenlijk een standaardvraag, het slechtst werd gemaakt. De overige twee vragen gingen veel beter.

In de derde opgave, *Een beweging door (0,0)*, kwam de goniometrie aan bod. Van een kromme in parameter-vorm was zowel een vergelijking gegeven als een tekening van de baan. Deze laatste deed denken aan een 'spirograaf'-figuur. De exacte snelheid berekenen en het herschrijven van de bewegingsvergelijkingen door gebruik te maken van goniomformules ging behoorlijk goed. Gelukkig voor de leerlingen staan de

Een beweging door (0, 0)

De beweging van een punt in het Oxy -vlak wordt voor $0 \leq t \leq 2\pi$ gegeven door:

$$\begin{cases} x(t) = \cos(15t) + \cos(2t) \\ y(t) = \sin(15t) + \sin(2t) \end{cases}$$

In figuur 3 is de baan van het punt getekend.



- 8 □ Bereken de exacte snelheid van het punt op tijdstip $t = 0$.

De bewegingsvergelijkingen kunnen herleid worden tot:

$$\begin{cases} x(t) = r(t) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}t\right) \\ y(t) = r(t) \cdot \sin\left(\frac{1}{2}t\right) \end{cases} \text{ met } r(t) = 2 \cos\left(\frac{1}{2}t\right)$$

- 9 □ Toon dit aan.

Bij het doorlopen van de baan van figuur 3 voor $0 \leq t \leq 2\pi$ passeert het punt een aantal keren (0, 0).

- 10 □ Bereken dit aantal lange algebraïsche weg.

VWO B1 EN B12

formules nu op de formulekaart. De laatste vraag scoorde slecht: een p' -waarde van 18. Veel leerlingen hebben zich niet gerealiseerd dat ze het resultaat van de tweede vraag konden gebruiken om de laatste vraag op te lossen.

Van de opgave *Hoogwater in Groningen*, een statistiek-opgave, was het tweede onderdeel het moeilijkst. Het opstellen van een toets met behulp van de gegevens in de tekst vergde enig inzicht. Door een enkeling werd een vraagteken gezet bij de toepassing van de ' \sqrt{n} -wet' in deze situatie.

De opgave *Bal te water* had een natuurkundige context. Aangezien de meeste B1-leerlingen ook natuurkunde in hun profiel hebben mag je veronderstellen dat de context voor hen herkenbaar zou zijn. De resultaten waren wel enigszins verrassend. Terwijl in de stam boven de eerste vraag precies stond vermeld hoe de gemiddelde versnelling berekend moest worden, scoorden de leerlingen hierop slechts 56%. Ook de derde vraag, het uitrekenen van een integraal met behulp van de grafische rekenmachine, zou geen problemen op moeten leveren. Maar de grafische rekenmachine wordt nog niet door alle leerlingen op zijn waarde geschat: veel leerlingen probeerden de integraal met de hand uit te rekenen, wat niet lukte. De p' -waarde van 40 is laag. Het tweede onderdeel, het exacte tijdstip berekenen waarop de bal het diepste punt bereikt, werd daarentegen goed gemaakt.

De laatste opgave, *Een kromme van middens*, was een opgave die ook in een oude stijl examen had gepast. Het eerste onderdeel ging heel goed, het tweede veel minder. Dit soort vragen komt in het nieuwe programma wat minder aan de orde en is voor de leerling waarschijnlijk ook minder herkenbaar. In de laatste vraag, het berekenen van een exacte inhoud, werden algebraïsche vaardigheden getest. Het resultaat: $p' = 52$.

Vwo B12

In tabel 13 staan de maximumscores en de p' -waarden bij de vragen van het B12-examen.

Startopgave bij B12 was *Uit de kust*, een opgave over iso-afstandslijnen. Deze opgave leverde geen problemen op. Lastigste onderdeel was de tweede vraag, een vraag die in het oude programma niet gesteld zou worden: het beredeneren van de waarde van een limiet in plaats van uitrekenen. Het is voor leerlingen niet gemakkelijk zoiets goed te formuleren en op papier te zetten. Desondanks scoorde deze vraag een p' -waarde van 60.

De eerste meetkunde-opgave, *Brandpunt en richtlijn zoeken*, was zeker geen standaardopgave. Het resultaat is typisch voor meetkunde-opgaven, veel leerlingen hebben òf geen punten, òf het maximum aantal punten gescoord: je kunt het of je kunt het niet. Gemiddeld werd hier de helft van de punten gescoord.

Wel of niet convergent?

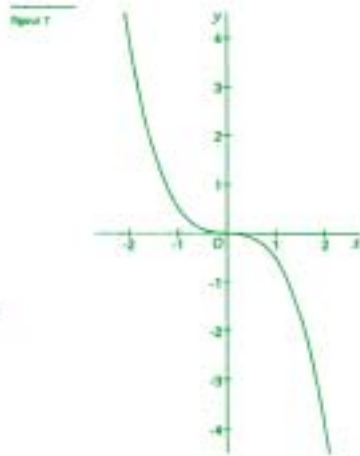
Voor elke beginwaarde u_0 is gegeven de rij $u_n = -\frac{1}{2}(u_{n-1})^2$ (voor $n = 1, 2, 3, \dots$). In figuur 7 en op de bijlage is de grafiek van de functie $y = -\frac{1}{2}x^2$ getekend.

Neem $u_0 = 1\frac{1}{2}$.

- 12 Geef in de figuur op de bijlage op de x -as de waarden u_1 en u_2 aan met behulp van een webgrafiek.

Of de rij u_0, u_1, u_2, \dots naar 0 convergeert, hangt af van de beginwaarde u_0 .

- 13 Bereken exact voor welke waarden van u_0 de rij u_0, u_1, u_2, \dots naar 0 convergeert.



VWO B12

De voortgezette analyse werd getest in *Wel of niet convergent*. De webgrafiek leverde geen problemen op, het tweede onderdeel daarentegen wel. Hier moest de leerling zelf bedenken hoe dit opgelost kon worden. De laatste opgave, *Op één lijn*, ging weer over meetkunde. Ook hier weer veel leerlingen met of alle of geen punten. Gemiddeld weer bijna 50%. Bij de laatste vraag, waarbij aangetoond moest worden dat drie punten op één lijn lagen, kon je het resultaat van de vraag ervoor goed gebruiken. Als je de oplossing 'ziet', is de vraag erg eenvoudig. Uit de p'-waarde van 46 blijkt dat dit toch niet voor iedereen is weggelegd. Een veel voorkomende fout is dat kandidaten er al van uitgaan dat de punten op één lijn liggen en hier vervolgens meer eigenschappen uit afleiden die de aanname zouden moeten 'bewijzen'. De overige opgaven zaten ook in het B1-examen.

GR en wiskunde-B

Tot besluit nog enkele algemene opmerkingen rond de examens vwo wiskunde-B.

De grafische rekenmachine wordt nog niet door iedereen gebruikt wanneer dat nodig of zinvol is. Ook lijkt niet elke leerling precies te weten wanneer de rekenmachine wel en wanneer niet gebruikt mag worden. Dit zal de komende jaren hopelijk verbeteren als de grafische rekenmachine meer is ingeburgerd. Uit de vragenlijsten blijkt ten slotte dat het

correctievoorschrift voor vragen waarbij de grafische rekenmachine gebruikt mag worden nog wat verbeterd moet worden.

Over de auteurs

Petra Boon, Kees Lagerwaard, Gerard Stroomer, Ger Limpens, Eric Severins en Edward van Kervel zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem (website: www.citogroep.nl).

Hun e-mailadressen zijn opvolgend: petra.boon@citogroep.nl, kees.lagerwaard@citogroep.nl, gerard.stroomer@citogroep.nl, ger.limpens@citogroep.nl, eric.severins@citogroep.nl en edward.vankervel@citogroep.nl