

# WISKUNDE-EXAMENS 2003, 1E TIJDVAK

Dit artikel is geschreven door examenmedewerkers van de Citogroep. Bij iedere paragraaf over een specifiek wiskunde-examen treft u de naam van de bijbehorende medewerker aan. De examens zijn te downloaden via [www.citogroep.nl](http://www.citogroep.nl).

[ Harm Boertien, Petra Boon, Anita de Bruijn, Edward van Kervel, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Gerard Stroomer ]

**TABEL 1 Leerlingenaantallen 2003**

<b>MAVO</b>		<b>HAVO</b>		<b>VWO</b>	
CSE GL/TL/D	42714	A12 (ns)	18429	A (os)	947
CSE KB/C	23012	B1 (ns)	6802	A1 (ns)	5254
CSE BB	27905	B12 (ns)	5805	A12 (ns)	10532
		B (os)		B (os)	457
		B1 (ns)		B1 (ns)	8045
		B12 (ns)		B12 (ns)	6375
<b>totaal</b>	<b>93631</b>	<b>totaal</b>	<b>31036</b>	<b>totaal</b>	<b>31610</b>

os = oude stijl, ns = nieuwe stijl

### Woord vooraf

In dit overzichtsartikel treft u de gebundelde bijdragen aan van de verschillende Citogroepmedewerkers, voorafgegaan door een algemener gedeelte met daarin onder andere een overzicht van de diverse bij de wiskunde-examens 2003 uiteindelijk vastgestelde N-termen.

### Dank

Ook dit jaar gaat, om te beginnen, onze dank uit naar al die collega's die ons in staat stellen na afloop van de examens een goede indruk te krijgen van de wijze waarop de verschillende doelgroepen hun examens gemaakt hebben. De versnelde correctie vereist van veel collega's een krap tijdspad en met name bij de examens die tegen het einde van de examenperiode worden afgenomen, is het voor velen erg overhaast werken. En toch slaagt het overgrote gedeelte van de wiskundeleraars er in, deze gegevens op tijd aan te leveren. We vermoeden dat het programma WOLF (waarmee de gegevens elektronisch aan de Citogroep verstrekt kunnen worden) enig soelaas heeft kunnen bieden, omdat dit programma dit jaar voor het eerst op grote schaal is ingezet.

Verder is een dankzegging ook op zijn plaats richting collega's die in de hectische examenperiode de moeite genomen hebben de diverse regionale examenbesprekingen te bezoeken. Bekend is trouwens dat er nog veel meer collega's gebruik maken van de uitkomsten van de besprekingen, zeker nu de verslagen direct na afloop van de besprekingen via internet

beschikbaar zijn. Nog steeds is het echter zo dat de examenmakers zich spiegelen aan de uitkomsten van de enquêtes die tijdens deze besprekingen worden afgenomen en het is voor ons te hopen dat ook in de toekomst de besprekingen goed bezocht worden. Het geeft ons een snel en naar we hopen min of meer adequaat beeld van de wijze waarop de examens door collega's ontvangen worden. In ieder geval geeft het ons als examenmakers zinvolle informatie waarmee we bij de vervaardiging van nieuwe examens rekening kunnen houden. Dit overigens in tegenstelling tot de opmerkingen/besprekingen van deskundigen die we vandaag de dag hier en daar op internet aantreffen. Deze reacties zijn vaak zodanig specifiek, individueel en losgezongen van de vigerende onderwijspraktijken dat we als examenmakers niet het gevoel hebben daar veel mee op te schieten.

### Aantallen

In **tabel 1** treft u de verschillende deelnemersaantallen bij de examens 2003 aan. Die getallen moeten overigens met een korreltje zout genomen worden, gezien het feit dat we ons bij deze gegevens baseren op de hoeveelheid examinandi die scholen ruim voor de examenperiode aanmelden. Opvallend is wellicht dat er meer vwo-leerlingen met wiskunde zijn dan havo-leerlingen. Een gedeelte van de verklaring is ongetwijfeld te vinden in het feit dat niet iedere havo-leerling een centraal examen aflegt voor een van de wiskundevakken, in tegenstelling tot de vwo-leerlingen. Verder zijn er wellicht meer vwo-scholieren

**TABEL 2 N-termen, gemiddelde cijfer, perc. onvoldoendes**

	VMBO			HAVO			VWO			
	BB	KB/C	GL/TL/D	A12	B1	B12	A1	A12	B1	B12
N-term	0,5	1,5	1,1	1,0	1,3	1,2	1,1	1,5	1,6	0,8
gemiddelde	6,8	6,1	6,3	6,1	6,1	6,4	6,4	5,9	6,0	6,5
% onvoldoendes	19	30	25	29	38	28	25	38	38	25

**TABEL 3 Vergelijking VMBO-BB-examens**

Jaar	N-term	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)
2003	0,5	6,8	19
2002 (pilot)	1,0	6,1	31
2001 (pilot)	1,0	5,6	45

**TABEL 4 – VMBO BB**

Opgave	Een dagje uit					Rioolverontreiniging						Geboortegewicht					Terras					Zeilkamp			Tuinlamp		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
max.score	2	2	2	4	4	2	3	3	2	3	2	2	5	4	4	2	2	2	1	3	4	2	2	4	2	2	
p'-waarde	97	91	76	77	56	89	83	92	97	77	63	96	44	87	24	63	77	56	89	62	77	86	82	57	32	45	

**GEBORTEGEWICHT**

Jill werd geboren op 10 oktober 2000.  
Haar geboortegewicht was 3420 gram.

Na 3 weken woog Jill 3750 gram.



20.  12 → Bereken hoeveel gram Jill in deze 3 weken zwaarder werd.  
Schrijf hieronder de berekening op.

21.  13 Weer 2 weken later woog Jill 4360 gram.  
De moeder van Jill las in een boek:  
‘Het gewicht van baby’s neemt in de eerste 5 weken gemiddeld 250 gram per week toe’  
→ Klopt dit ook voor Jill?  
Leg hieronder je antwoord uit.

De moeder van Jill hield de eerste 24 weken het gewicht in een tabel bij.  
Hieronder zie je het resultaat.

aantal weken na de geboorte	0	1	3	5	8	12	16	20	24
gewicht in grammen	3 420	3 350	3 750	4 340	5 000	5 800	6 550	7 100	7 600

**FIGUUR 1 VMBO-BB**

die behalve de in hun profiel vanzelf meegenomen wiskunde een andere wiskundevariant in hun vrije ruimte kiezen. Zekerheid daarover bestaat echter niet omdat we, na afloop van de toets- en itemanalyses, vermoeden dat niet iedere docent met even grote nauwkeurigheid heeft aangegeven (vermoedelijk zelfs: ‘niet heeft kunnen aangeven’) uit welk profiel zijn deelnemende kandidaten afkomstig waren.

### Experiment

Behalve de hierboven vermelde examens is er nóg een tweetal examens wiskunde geweest. Beide examens betroffen echter een zo beperkt leerlingental dat ze niet in de betreffende tabellen zijn opgenomen. Wel is er, verderop in dit verslag, een paragraaf aan deze examens gewijd. Het betreft examens voor vwo wiskunde-A die in het kader van een experiment waarbij de computer rond de examens ingezet kan worden afgelopen jaar voor het eerst zijn afgenomen. Voor velen onder u zal dit de eerste kennismaking met dit experiment zijn. Ondanks de in dit artikel niet opgenomen analyseresultaten hebben we gemeend er goed aan te doen verslag uit te brengen van dit, ook voor ons, bijzondere experiment.

### N-termen

In tabel 2 is te zien dat ook dit jaar een behoorlijke verscheidenheid aan uiteindelijk vastgestelde N-termen bij de verschillende wiskundevakken bleek te bestaan. De N-termen worden vastgesteld door het Dagelijks Bestuur van de CEVO, op basis van advies van de

diverse CEVO-vaksecties. Bij de bepaling van de adviezen van de vaksecties worden de toets- en itemanalyses die voor het betreffende vak door de Citogroep vervaardigd zijn, mede als uitgangspunt genomen. Verder betreft de vaksectie bij haar advies onder andere eventuele reacties na afloop van de examens. Het Dagelijks Bestuur, de instantie dus die de uiteindelijke verantwoordelijkheid draagt voor de vaststelling van de N-termen, baseert zich niet alleen op de vaksectie-adviezen, maar plaatst de resultaten van het betreffende vak in een breder kader en kan daarbij ook letten op reeds vastgestelde N-termen bij andere, min of meer verwante vakken.

De in de tabel opgenomen N-termen worden in de bijdragen over de diverse examens wiskunde nogmaals vermeld. Verder treft u daar ook de bij de verschillende vragen gescoorde p'-waarden aan. De p'-waarde van een vraag drukt de gemiddelde score bij deze vraag uit in een percentage van de maximale score van die vraag.

### Bezemexamens havo/vwo

Tot slot van dit algemene gedeelte nog een opmerking over de bezemexamens havo en vwo. Uit de tabel met deelnemende examenkandidaten blijkt al dat we wat betreft het havo niet over gegevens beschikken ten aanzien van de (vermoedelijk) weinige kandidaten havo oude stijl. Wat betreft het vwo kennen we de aantallen wel voor zover het de aanvragen van de scholen betreft, maar verder ontbreekt ieder gegeven. Voor de bezemexamens havo oude stijl zijn de N-termen voor zowel wiskunde-A als wiskunde-B op

Enno gaat in zijn tuin een terras aanleggen. Het terras krijgt de vorm van een cirkel. Zie de afbeelding hieronder.



De diameter van de cirkel is 6 meter. De omtrek van het terras bereken je met de woordformule:

$$\text{omtrek} = 3,14 \times \text{diameter}$$

- 26 ○ 16 → Laat met een berekening zien dat de omtrek van het terras 1884 cm is. Schrijf hieronder de berekening op.

- 26 ○ 17 Langs de buitenkant van het terras legt Enno keijes. Zie onderstaande afbeelding. De lengte van een keijte is 12 cm. Enno hoeft geen rekening te houden met de ruimtelijke tussen de keijes.



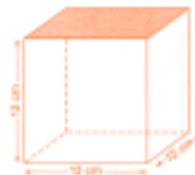
→ Bereken hoeveel keijes Enno nodig heeft voor de buitenrand van het terras. Schrijf hieronder de berekening op.

- 26 ○ 18 Voor het bestraten van het terras heeft Enno zand nodig. De hoeveelheid zand berekent hij met de volgende woordformule:

$$\text{hoeveelheid zand} = 0,079 \times \text{diameter} \times \text{diameter}$$

Hierbij is de hoeveelheid zand in  $\text{m}^3$  en de diameter van het terras in m. → Bereken in één decimaal hoeveel  $\text{m}^3$  zand Enno nodig heeft. Schrijf hieronder de berekening op.

Enno gaat het terras bestraten met dezelfde keijes als van de buitenkant van het terras. Zie onderstaande afbeelding.



- 26 ○ 19 → Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van één keijte  $144 \text{ cm}^2$  is. Schrijf hieronder de berekening op.

- 26 ○ 20 De oppervlakte van het terras is  $282\,743 \text{ cm}^2$ . → Bereken hoeveel keijes Enno ongeveer nodig heeft voor het terras. Schrijf hieronder de berekening op.

FIGUUR 2 VMBO-BB

1,0 gesteld. Voor vwo wiskunde-A oude stijl was in 2003  $N = 1,5$ , gelijk dus aan de N-term voor vwo A12. Enige argument dat hiervoor gehanteerd kon worden, was het feit dat dit examen voor ongeveer 50% overlap vertoonde met A12. Voor vwo wiskunde-B oude stijl was er geen overlapping met een tweede-fase-examen, vandaar een N-term van  $N = 1,0$ .

## VMBO BB

[ Anita de Bruijn ]

Bij de schaars bezochte landelijke examenbespreking in de jaarbeurs in Utrecht gaf men aan dat het examen vmbo BB (Basisberoepsgerichte Leerweg) door de leerlingen goed gemaakt was. Het examen was binnen de gestelde tijd goed te maken. De nieuwe lay-out van het examen is in het land goed gevallen. Het laten vervallen van de losse bijlagen en het plaatsen van een opgave op hooguit twee bladzijden werkte voor de leerlingen prettig.

In tabel 3 kunnen we de resultaten van het afgelopen examen vergelijken met de resultaten van de pilot-examens in 2001 en 2002. De gegevens van de pilot-examens zijn gebaseerd op de resultaten van de toenmalige A- en B-leerlingen samen. Gebruikmakend van de ervaringen die bij de pilotexamens zijn opgedaan, mogen we concluderen dat de examenmakers voor 2003 een examen hebben samengesteld waarbij ook een A-leerling een redelijke kans van slagen had.

In tabel 4 staan de diverse p'-waarden en de maximumscores van de vragen van het examen 2003. Uit de tabel blijkt dat de vragen 13, 15, 25 en 26 de moeilijkste van dit examen waren.

Bij vraag 13 moesten de leerlingen controleren of Jill netjes volgens het boekje elke week 250 gram in gewicht toegenomen was. Dit bleek alleen voor de beste leerlingen een haalbare kaart te zijn. Het vergelijken van twee waarden leverde voor de meeste leerlingen nogal wat problemen op.

Bij vraag 15 moest het gewicht van Jill na een half jaar geschat worden. Uit reacties is gebleken dat nogal wat leerlingen gewerkt hebben met 24 weken ( $6 \times 4$ ) in plaats van 26 weken voor een half jaar. De oplossingsmethode van het doortekenen van de grafiek en daarna aflezen van de bijbehorende waarde kwam hierdoor te vervallen. Het antwoord bij 24 weken was nu gewoon uit de tabel af te lezen. Hierdoor werd de vraag een stuk eenvoudiger dan oorspronkelijk de bedoeling was. Bij de centrale examenbespreking is afgesproken om slechts maximaal 1 punt toe te kennen als deze 'alternatieve oplossing' gehanteerd werd.

Meer dan de helft van de leerlingen heeft voor vraag 25 nul punten gescoord. Het terugredeneren vanuit de kijklijnen was zelfs voor de slimme leerling geen gemakkelijke opgave. Vanuit de examenbespreking kwam de suggestie naar voren een volgende keer bij een soortgelijke vraag een breder gebied voor mogelijk goede antwoorden te nemen.

De lage score van vraag 26 hangt nauw samen met vraag 25. Vanuit de gevonden plaats van de lamp bij

**TABEL 5 – Vergelijking VMBO GL/TL/KB**

jaar	VMBO GL/TL/D			VMBO/KB/C		
	N-term	gemiddelde	onvoldoendes	N-term	gemiddelde	onvoldoendes
2003	1,5	6,1	30%	1,1 (0,9 + 0,2)	6,3	25%
2002	1,1	6,0	33%	1,1	5,8	37%
2001	1,4	6,1	33%	1,4	5,9	36%

**TABEL 6 – VMBO GL/TL + overlap KB**

Opgave	Sfeerlicht				Belgedrag				Trap- en schuifladder			Openlucht-theater				Chocolade			Ballon					Vuurtoren		
Vraagnr. GL/TL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
max.score	2	3	6	5	3	4	4	4	3	5	4	3	2	3	3	4	3	4	3	2	3	3	5	2	3	4
p'-waarde	76	92	35	56	84	58	64	65	95	30	57	84	70	74	50	60	58	24	85	36	54	77	15	73	56	51
Overlap KB	Vraagnr. KB																									
p'-waarde	11	12	6	7	8	9	15	16	17	23	25	20														
	63	82	72	35	47	46	94	25	35	71	44	30														

**TABEL 7 – VMBO KB**

Opgave	Tuin bestraten					Belgedrag				Sfeerlicht				Trap- en schuifladder			Chocolade					Openlucht-theater			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
max.score	3	4	3	4	4	3	4	4	4	4	2	3	4	4	3	5	4	3	3	4	5	2	4	4	3
p'-waarde	71	51	71	73	61	72	35	47	46	63	63	82	26	24	94	25	35	64	76	30	10	96	71	48	44

vraag 25 moest een nieuw gebied gearceerd worden. Ook hier had bijna de helft van de leerlingen 0 punten. We vermoeden dat dit een logisch gevolg is van het feit dat je, als je bij vraag 25 geen plaats gevonden hebt, bij vraag 26 geen gebied kunt arceren. In de toekomst moeten we zo'n afhankelijkheid zoveel mogelijk zien te voorkomen.

Bij de opgave *Terras* bleken vragen 16 en 18 toch niet zo standaard als de examenmakers verwacht hadden. Vraag 16 was bedoeld als een instapvraag. Bijna iedereen zou, zo dachten we, bij deze vraag de maximumscore moeten kunnen halen. Dat was slechts bij de helft van de leerlingen het geval. Het omzetten van de 6 meter naar 600 centimeter bleek voor de leerlingen lastiger dan vooraf ingeschat was. Ook het rechtstreeks invullen van de 6 meter in de formule bij vraag 18 leverde problemen op. De woordformule van vraag 18 leidde trouwens na afloop van het examen tot een enkele vraag naar de achtergrond van de factor 0,079 in die formule. Antwoord op die vraag was dat de genoemde 0,079 een afronding is van de vermenigvuldiging  $\frac{1}{4} \times \pi \times \text{hoogte}$ , waarbij *hoogte* = 0,1 (namelijk 10 cm) genomen is.

Als laatste kan nog gemeld worden dat er bij vraag 19 een klein schoonheidsfoutje ingeslopen was. De leerlingen moesten laten zien dat de oppervlakte van één keitje 144 cm<sup>2</sup> was. Door het aangegeven gearceerde vlak bij de afbeelding leverde dit geen problemen op. Wiskundig gezien was het beter geweest als in de vraag het woord 'bovenvlak' erbij had gestaan. Zoals aan de p'-waarde van deze vraag te zien

is, hadden leerlingen hier geen last van. Bij de bepaling van de N-term is daar echter toch rekening mee gehouden door de N-term met 0,1 op te hogen.

## VMBO GL/TL en KB [ Petra Boon ]

De opmerkingen van de regionale besprekingen GL/TL en KB (Gemengde Leerweg/Theoretische Leerweg respectievelijk Kaderberoepsgerichte Leerweg) gingen onder andere over het niveau van de examens en de wisselende domeinen.

Laten we dit eens nader bekijken aan de hand van wat gegevens; zie de tabellen 5, 6 en 7.

Bij het GL/TL/D-examen is de N-term van 0,9 gecorrigeerd met 0,2. Dit was vanwege het feit dat er bij vraag 26 in het correctievoorschrift een opmerking stond die niet juist was. Er was namelijk een uitzondering waar die opmerking niet voor mocht gelden. Bij dit examen doen de p'-waarden bij de overlapvragen vermoeden dat deze vragen voor de KB-leerlingen een stuk moeilijker waren dan voor de GL/TL-leerlingen. Bij de specifieke GL/TL-vragen zijn de p'-waarden een stuk lager. Het GL/TL-examen was dus niet te makkelijk. Het KB-examen daarentegen was voor deze leerlingen een stuk lastiger. Dat zal waarschijnlijk ook te maken hebben met de grote verschillen binnen de KB-populatie tussen de 'goede' en de 'zwakke' leerlingen. Binnen de TL/GL-populatie zijn deze verschillen een stuk kleiner.

In doe-hal-zaitzaken zijn trappen in diverse maten te koop. De foto hieronder, waarop drie van deze trappen zijn afgebeeld, komt uit een reclamefolder.



16  16 Meneer Visser wil zijn huis schilderen. Zijn trap met zeven treden is te kort, daarom leent hij een schuifladder bij de buurman. Op de foto in het uitwerkboekje bij vraag 16 zie je de trap en de schuifladder. De schuifladder is af gedeeltelijk uitgeschoven.

17  17 Meneer Visser schuift de ladder uit tot een lengte van 5,8 meter. Hij zet de ladder tegen de muur. Deze komt dan tot een hoogte van 5,5 meter. Zie onderstaande tekening.



→ Bereken in graden nauwkeurig de hoek die de ladder met de grond maakt. Schrijf je berekening op.

FIGUUR 3 VMBO-KB (gedeeltelijk)

Uit de tabellen 5, 6 en 7 blijkt dat de meetkunde-opgaven (*Sfeerlicht*, *Trap- en schuifladder* en *Chocolade*) slecht gescoord hebben. Het is zeker de moeite waard om volgend jaar te kijken hoe de statistiek- en kansrekeningopgaven gescoord hebben.

Tot slot nog een enkele opmerking over enkele vragen. Bij het KB-examen werd in de opgave *Trap- en schuifladder* bij vraag 17 gevraagd om een hoek uit te rekenen. Bij het GL/TL-examen is dat vraag 11. In het verleden werd op het C-niveau alleen met de tangens gewerkt. Bij het KB-examen is dat uitgebreid met de sinus en de cosinus. Om niemand in de problemen te brengen is er dit jaar voor gekozen om een vraag te nemen die volgens twee methodes opgelost kan worden. De meest rechtstreekse oplossing is echter met behulp van de sinus. Zoals te zien is deze vraag een vraag met een lage  $p'$ -waarde bij het KB-examen. Bij GL/TL ligt die  $p'$ -waarde aanzienlijk hoger.

Bij het GL/TL-examen sprong vraag 23 er op een negatieve manier uit. Het betrof hier een vraag uit de verrijking, waarbij het handelde om het gebruik van de INV  $y^x$ -toets. Deze vraag werd door maar 1% van de leerlingen helemaal goed beantwoord. Een substantieel deel van de populatie beantwoordde de vraag in zijn geheel niet. Met name de zwakke leerling kon met deze vraag niet uit de voeten.

- 17  17 **maximumpunten 4**
- $\sin \text{hoek} = \frac{5,5}{5,8}$  2
  - $\sin \text{hoek} = 0,948\ldots$  1
  - $\text{hoek} = 75(^{\circ})$  1
- of
- de afstand van de ladder tot de muur met de stelling van Pythagoras berekenen:  $\sqrt{5,8^2 - 5,5^2} = 1,841\ldots$  2
  - $\tan \text{hoek} = \frac{5,5}{1,841\ldots}$  1
  - $\text{hoek} = 75(^{\circ})$  1



Erke blaast een ballon op. Daarna wordt de inhoud gemeten en deze blijkt 9,2 liter te zijn. De ballon loopt na het opblazen langzaam leeg. De uren na het opblazen is de inhoud van de ballon te berekenen met de volgende formule:

$$V = 9,2 - (0,975)^t$$

Hiervan is  $V$  de inhoud in liters en  $t$  de tijd in uren na het opblazen van de ballon.

- 19  19 → Bereken in één decimaal nauwkeurig hoeveel liter lucht er na drie uur nog in de ballon zit. Schrijf je berekening op.
- 20  20 → Met hoeveel procent neemt de inhoud per uur af?
- 21  21 De ballon komt op een gegeven moment minder dan 7,5 liter, moet de ballon weer op tijd opgeblazen worden.  
→ Na hoeveel uur moet de ballon weer opgeblazen worden? Licht je antwoord toe met een berekening.

FIGUUR 4 Correctievoorschrift VMBO-KB

FIGUUR 5 VMBO-GL/TL

## HAVO A12

[ Kees Lagerwaard ]

Het examen kreeg een gunstig onthaal. Het aantal klachten bij het LAKS was vrij klein en bij de examenbesprekingen reageerden de docenten tamelijk positief. Natuurlijk was er kritiek, bijvoorbeeld op de hoeveelheid tekst en op (de formulering van) sommige vragen. Bij de examenconstructie wordt veel aandacht besteed aan de formuleringen. Omdat bij wiskunde-A altijd in contexten wordt gewerkt, is het gebruik van tekst onvermijdelijk. Daarbij wordt gestreefd naar een zo groot mogelijk leesgemak. Daartoe hanteren we bij voorkeur korte zinnen, geen laagfrequente woorden en zo weinig mogelijk synoniemen. Dit examen besloeg acht pagina's, waarvan in totaal 3,5 bladzijde tekst. Dat is in de ogen van wiskundigen erg veel, maar bij het havo-examen biologie bijvoorbeeld moeten de leerlingen in 3 uur maar liefst 18 bladzijden doorwerken.

De CEVO besloot tot  $N = 1$ . Door deze normering hebben de kandidaten (in onze steekproef) een gemiddeld cijfer van 6,1 gehaald. Het percentage onvoldoendes is 29. Dit is een beter resultaat dan vorig jaar toen maar liefst 41% geen voldoende wist te behalen. Niettemin vinden we ook nu het percentage onvoldoendes nog aan de hoge kant. In de jaren '90 was het percentage onvoldoendes bij wiskunde-A havo oude stijl gemiddeld 23. Zullen we daar met wiskunde-A12 ook weer naar toe groeien?

**TABEL 8 – HAVO A12**

Opgave	Duikeend				Vaders en zonen					Teddyberen				Flippo's				Bonus-malusladder			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	4	5	6	2	4	3	5	5	3	4	3	6	4	4	4	4	3	3	5	4
p'-waarde	96	44	64	68	58	72	46	68	63	86	50	56	18	35	31	80	32	64	65	59	61

**TABEL 9 – HAVO B1**

Opgave	Sparrenbomen					Spitsboog					Medicijnen					Derdegraads-functie		Kroonkurken			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	2	4	4	3	7	3	4	5	3	5	3	4	4	4	6	5	4	3	3	4	4
p'-waarde	83	55	65	82	45	89	50	52	22	32	57	55	35	61	57	65	14	61	56	54	29

Er zijn vrijwel geen kandidaten uit de N-profielen die examens doen in wiskunde-A12. Zo'n 5% van de kandidaten komt uit het profiel C&M. Zij scoren wat lager dan de E&M-leerlingen voor wie dit vak primair bedoeld is. Met een gemiddelde van 5,7 heeft in deze C&M-groep 38% een onvoldoende. Uiteraard geldt voor deze opmerkingen het voorbehoud ten aanzien van de geldigheid van de door docenten verstrekte informatie zoals dat in de algemene inleiding reeds gemaakt is.

Slechts weinig kandidaten uit de profielen E&M en C&M hebben in hun vrije ruimte het vak biologie. Die weinigen hebben gemerkt dat de *Duikeend*-context in beide examens voorkwam. Het is interessant om te zien hoe verschillend de vragen in beide examens zijn. Het biologie-examen is te bekijken via internet ([www.citogroep.nl/vo/ce/havovwo/ex2003](http://www.citogroep.nl/vo/ce/havovwo/ex2003)).

De eerste vraag van het examen was traditiegetrouw weer een binnenkomertje; zie tabel 8. De tweede vraag van *Duikeend* werd minder goed gemaakt dan verwacht ( $p' = 44$ ). De moeilijkheid zat in het bedenken van een goede aanpak. Precies aflezen was vrij lastig in deze kleine grafiek, hoewel de verticale schaal wel netjes op centimeters was. Daarom was er bij het antwoord een ruime marge toegestaan. We hebben de figuren in deze opgave niet van een rooster voorzien omdat ze ook in de oorspronkelijke bron zo waren vormgegeven. De vragen 3 en 4 gingen goed. Daarmee was *Duikeend* een redelijk geslaagde startopgave. *Vaders en zonen* ging over beschrijvende statistiek. Het

interpreteren van een puntenwolk en het tekenen van een boxplot van 1064 gegevens waren niet eerder vertoonde vragen in een havo A-examen. De opgave eindigde met een normale-verdelingsvraag. Voor de vijf vragen in deze opgave wisten de kandidaten gemiddeld 63% van de scorepunten te behalen, al met al geen slecht resultaat dus.

In *Teddyberen* kwamen eindtermen uit Toegepaste Analyse aan bod. De context was een economische, gezien het eindexamenprogramma niet echt verrassend. Toch vielen de scores niet mee, met name die van vraag 13. Hier moest een afgeleide worden opgesteld en daarmee een productieomvang worden berekend. Deze vraag was met  $p' = 18$  veruit de moeilijkste vraag van dit examen. Het kan zijn dat het opstellen van de formule van  $W$  al een struikelblok was ondanks het feit dat expliciet stond vermeld dat  $W = TO - TK$ . In het antwoordmodel was aangegeven dat het maken van een voor de hand liggende fout bij het opstellen van de formule van  $W$ , toch nog een score van 4 punten kon opleveren. Die score was voor weinigen weggelegd. Een score 0 was er voor 54% van de kandidaten. Maar liefst 85% van de leerlingen liet hier 4 of meer scorepunten liggen.

De kansvragen 14 en 15 van *Vlippo's* gingen niet goed ( $p' = 35$ , respectievelijk 31). De kans van vraag 16 werd wel door de meesten correct berekend ( $p' = 80$ ). Vraag 17 over de gegeven kansformule was lastig ( $p' = 32$ ). De laatste opgave telde vier vragen die elk een gemiddelde score hadden van ruim 60%. Bij de vragen 18 en 19 moest uit de gegeven bonus-malusladder

Een speelgoedfabriek maakt onder andere teddyberen. Die teddyberen worden voor 6 euro per stuk verkocht aan de groothandel. In deze opgave bekijken we de productie en de winst van één dag.

Om de winst  $W$  te berekenen, moeten de totale kosten voor het produceren van de teddyberen  $TK$  van de totale opbrengst  $TO$  worden afgetrokken:  $W = TO - TK$ .

De totale kosten die gemaakt worden aan de teddyberen te produceren, hangen af van het aantal teddyberen dat geproduceerd wordt. De totale opbrengst hangt ook af van het aantal geproduceerde teddyberen, want de prijs is steeds 6 euro. Voor  $TK$  en  $TO$  gelden de volgende formules:

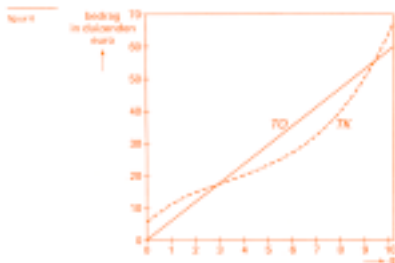
$$TK = 0,1q^2 - q^2 + 6q + 6$$

$$TO = 6q$$

Hierbij zijn  $TK$  de totale kosten en  $TO$  de totale opbrengst, beide in duizenden euro, en is  $q$  het aantal geproduceerde teddyberen in duizendstukken.

- 10  Bereken de winst in euro bij een productie van 5000 teddyberen.

In figuur 6 zijn de grafieken getekend van de totale kosten  $TK$  en de totale opbrengst  $TO$ :



De grafieken zijn getekend voor  $q = 0$  tot  $q = 10$ , dus voor een productie tot 10 000 teddyberen. In de figuur kun je zien dat er geen winst gemaakt wordt bij een te grote of te kleine productie.

- 11  Bereken bij welke aantallen geproduceerde teddyberen de speelgoedfabriek geen winst of verlies maakt. Geef je antwoord in een geheel aantal teddyberen.
- 12  De fabriek wil zo veel mogelijk winst maken. Op de bijlage staat figuur 6 vergroot weergegeven. In die figuur kun je nagaan door tekenen en aflezen bij welke productie de winst maximaal is.
- 13  Gebruik de figuur op de bijlage om te schatten bij welke productie de winst maximaal is. Licht je werkwijze toe aan de hand van wat je op de bijlage hebt getekend.
- 14  Je kunt ook berekenen bij welke productie de winst maximaal is door de formules voor de winst  $W$  te differentiëren.
- 15  Stel de afgeleide van  $W$  op en bereken daarmee de productie waarbij de winst maximaal is. Geef je antwoord in een geheel aantal teddyberen.

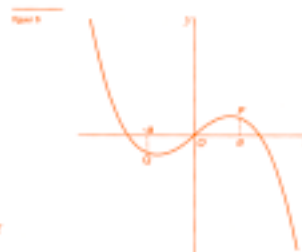
FIGUUR 6 HAVO-A12

In figuur 7 is de grafiek getekend van de functie  $f(x) = 300x - x^3$ .

- 16  De grafiek van  $f$  heeft twee toppen. Stel een functievoorschrift van  $f'$  op en bereken daarmee de coördinaten van beide toppen.

Op de grafiek van  $f$  ligt punt  $P$  met  $x$ -coördinaat  $a$ . Hierbij is  $a$  een willekeurig positief getal.  $Q$  is het punt op de grafiek van  $f$  met  $x$ -coördinaat  $-a$ .

- 17  Onderzoek met behulp van de afgeleide  $f'$  of de raaklijnen aan de grafiek van  $f$  in de punten  $P$  en  $Q$  evenwijdig zijn.



FIGUUR 7 HAVO-B1

worden afgelezen. In vraag 20 werd een realistisch dilemma voorgelegd. In de laatste vraag werd op basis van tabelgegevens gevraagd zelf een bonus-malusladder te construeren. De laatste drie vragen leverden de grootste bijdrage aan de betrouwbaarheid van dit examen. Dat wil zeggen dat deze drie vragen het best discrimineerden tussen de meer en minder vaardige leerlingen.

## HAVO B [ Gerard Stroomer ]

De reacties op de examens havo wiskunde-B1 en -B12 waren dit jaar niet ongunstig. Wel was er verschil van mening over de keuze van de startopgave bij wiskunde-B12 en blijft de leesbaarheid van de opgaven onze aandacht vragen. Ook moeten we iets doen aan de formulering van het correctievoorschrift voor vragen waarbij de GR gebruikt is. We denken daarbij aan het expliciet opnemen van een regel als 'beschrijven hoe de GR gebruikt is' waarbij aan de docent wordt overgelaten aan welke eisen deze beschrijving moet voldoen.

De resultaten vielen bij wiskunde-B1 wel tegen. Zou de N-term gelijk aan 1,0 gekozen zijn, dan zou het percentage onvoldoendes bij wiskunde-B12 zijn uitgekomen op 32% en bij wiskunde-B1 zelfs op 45%.

### Havo B1

Van 2042 kandidaten zijn de scores ontvangen. Hierbij

waren 78 kandidaten met een M-profiel; zij behaalden gemiddeld 3 scorepunten minder dan de kandidaten met het profiel N&G.

Het examen bestond uit drie opgaven over analyse en twee opgaven over kansrekening en statistiek. De opgaven over kansrekening en statistiek zijn gemiddeld beter gemaakt dan de opgaven over analyse: respectievelijk  $p' = 56$  en  $p' = 49$  (zie ook tabel 9).

De eerste opgave, *Sparrenbomen*, ging over normale en binomiale verdeling en was de gemakkelijkste opgave: gemiddeld behaalden de leerlingen ruim 60% van de maximale score van 20 punten.

De opgave *Spitsboog* ging over een wortelfunctie. De eerste drie vragen werden redelijk gemaakt, maar bij vraag 9, waar (met de GR) een helling berekend moest worden, wist 74 procent van de leerlingen uit de steekproef geen enkel punt te scoren. Blijkbaar was dat minder standaard dan we vooraf verwachtten.

De opgave *Medicijnen* ging over exponentiële groei. De meeste moeite hadden de leerlingen hier met vraag 13, waar een differentiequotiënt gevraagd werd. Om duidelijk te zijn in wat we van de leerlingen verwachtten, hadden we het interval genoemd waarover het differentiequotiënt berekend moest worden. Leerlingen bleken echter vaak automatisch het interval  $[0; 0,001]$  te nemen. Gewoonte? Of staat die toevallig in de GR? Of wordt de intervalnotatie niet begrepen?

Bij vraag 15 moest een grafiek getekend worden. Omdat we de opdracht 'teken' te precies vonden en de



**TABEL 10 – HAVO B12**

Opgave	Voetstuk					Medicijnen					Spitsboog					De functie $f(x) = x \cdot e^{-x}$			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	5	5	4	6	5	3	4	5	4	4	3	4	4	5	6	5	6	4	4
p'-waarde	81	93	86	54	57	64	64	41	72	34	92	50	48	55	39	28	33	64	38

**TABEL 11 – VWO A1**

Opgave	Levensduur van koffiezetapparaten				De Nederlandse bevolking				Reislust					Strike it rich				Sportprestaties				
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
max.score	4	7	5	3	4	3	4	4	3	3	4	3	3	3	3	3	6	4	3	4	5	3
p'-waarde	63	59	52	57	37	55	74	35	94	73	62	82	71	73	42	61	19	94	85	66	45	28

opdracht 'schets' juist niet precies genoeg, hebben we toegevoegd welke punten eerst berekend moeten worden. Helaas schreven nogal wat leerlingen deze punten niet op.

De opgave *Derdegraadsfunctie* bestond uit slechts twee vragen en is bij dit artikel afgedrukt. Vraag 16 werd redelijk gemaakt, maar vraag 17 was de moeilijkste vraag van het examen. De formulering van deze vraag gaf ook aanleiding tot discussie: veel leerlingen (en ook docenten) waren van mening dat onderzoek met een paar voorbeelden meer bij de vraag past dan de meer formele uitwerking volgens het correctievoorschrift. In het cv ontbrak een waardering voor een of meer gegeven voorbeelden.

De opgave *Kroonkurken*, die over kansrekening ging, was voor de meeste leerlingen een plezierige afsluiting van het examen.

### Havo B12

Van 1992 kandidaten zijn de scores ontvangen. Hierbij waren 3 kandidaten met profiel C&M (gemiddelde score 45,3), 15 met profiel E&M (gemiddelde score 41,2), 110 met profiel N&G (gemiddelde score 47,6) en 1737 met profiel N&T (gemiddelde score 48,4).

Het examen bevatte 6 vragen over meetkunde en 13 vragen over analyse. De vragen over meetkunde zijn gemiddeld beter gemaakt dan de vragen over analyse: respectievelijk  $p' = 67$  en  $p' = 50$  (zie ook tabel 10).

De opgave *Voetstuk* ging over meetkunde: een hoek, een bovenaanzicht, lengten en een oppervlakte werden

gevraagd. Deze opgave was wat lang voor een startopgave, maar het was wel de gemakkelijkste opgave: gemiddeld werd 73% van de maximaal 25 punten behaald.

De vragen 6, 7 en 9 van de opgave *Medicijnen* uit dit examen waren gelijk aan achtereenvolgens de vragen 11, 12 en 14 van het examen wiskunde-B1. De B12-leerlingen scoorden hierop bijna 10% meer dan de B1-leerlingen. De vragen 8 en 10, een helling berekenen en een formule opstellen, waren wat moeilijker dan de vragen 13 en 15 van het B1-examen.

Van de opgave *Spitsboog* waren de vragen 11 en 14 gelijk aan de vragen 6 en 10 van het examen wiskunde-B1. Bij de eerste vraag was er nauwelijks verschil tussen de scores van de B1- en de B12-leerlingen. Bij de andere vraag was het verschil wel aanzienlijk.

Bij vraag 13 werd gevraagd de helling te berekenen met behulp van differentiëren. Een benadering met behulp van de GR is dan niet correct (zie ook het Nomenclatuurrapport). Bij deze opgave moesten leerlingen gebruik maken van de kettingregel. Deze opgave sloot af met een meetkundevraag (inhoud berekenen).

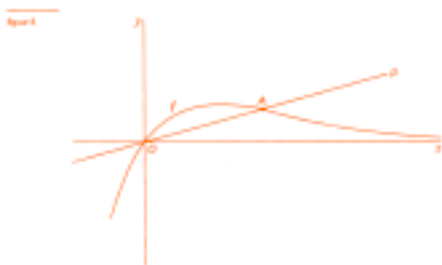
De laatste opgave, *De functie*  $f(x) = x \cdot e^{-x}$ , is bij dit artikel afgedrukt. Vraag 16, een ongelijkheid oplossen, bleek de moeilijkste vraag uit dit examen: 49 procent van de leerlingen uit de steekproef wist hier geen enkel punt te behalen.

## De functie $f(x) = x \cdot e^{-x}$

Gegeven is de functie  $f(x) = x \cdot e^{-x}$ .

- 16 □ Los op:  $-0,3 < f(x) < 0,3$ . Rond de getallen in je antwoord af op twee decimalen.
- 17 □ Berekent algebraïsch de exacte coördinaten van de top van de grafiek van  $f$ .

Op de grafiek van  $f$  ligt rechts van de  $y$ -as een punt  $A(x, e^{-x})$ . Zie figuur 8.



De lijn  $p$  gaat door de punten  $O(0, 0)$  en  $A$ .  
De richtingscoëfficiënt van  $p$  is  $\frac{1}{e}$ .

- 18 □ Berekent  $x$ . Rond het antwoord af op drie decimalen.
- Een lijn evenwijdig aan de  $y$ -as snijdt tussen  $O$  en  $A$  de grafiek van  $f$  in punt  $T$  en de lijn  $p$  in punt  $T'$ .
- 19 □ Berekent hoe groot de lengte van  $ST'$  maximaal is. Rond het antwoord af op drie decimalen.

FIGUUR 8 HAVO-B12

## VWO A [ Ger Limpens ]

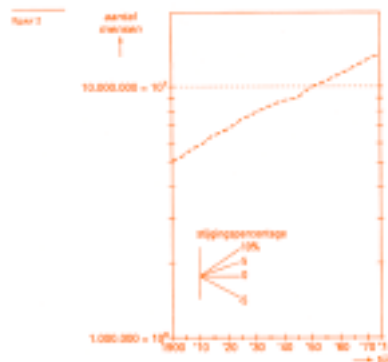
Dit gedeelte betreft de *reguliere* centrale vwo-examens wiskunde-A1 en wiskunde-A12. Aan het eind van dit artikel wordt aandacht besteed aan het Compex3-experiment rond examens wiskunde-A waarbij kandidaten de computer konden inzetten.

### Vwo A1

In totaal kon een A1-kandidaat met zijn centraal examen vwo A1 maximaal 84 punten verdienen. Uit tabel 11 valt af te leiden dat de gemiddelde A1-leerling met een score 49,1 naar huis ging. Ook een gemiddelde p'-waarde van 58,5 beschrijft diezelfde gemiddelde prestatie. Als men uit zou gaan van  $N = 1$ , dan zou de A1-leerling gemiddeld een 6,3 scoren en zou 27% van de leerlingen onvoldoende scoren. Een resultaat dat redelijk af zou wijken van de percentages in de voorgaande twee jaren waarbij er ervaring opgedaan was met het vak wiskunde-A1. De uiteindelijk vastgestelde N-term van 1,1 buigt deze resultaten meer in de richting van die van eerdere jaren: het gemiddelde cijfer is uiteindelijk 6,4 geworden, gelijk aan het gemiddelde in 2002, en het percentage onvoldoendes 25 daar waar het vorig jaar 23% was. Daarmee lijkt wellicht een trend gezet: de lat voor de A1-leerling wordt iets hoger gelegd dan in de aanloopperiode van de Tweede fase. Of iedere betrokkene daar even gelukkig mee zal zijn, valt te betwijfelen.

## De Nederlandse bevolking

In figuur 2 is de groei van de Nederlandse bevolking tussen 1900 en 1974 weergegeven. Langs de verticale as is een logaritmische schaalverdeling gebruikt. Zo kun je aflezen dat Nederland in 1900 ruim 5 miljoen inwoners telde. Ook zie je in de figuur een 'inzetje' waarin informatie staat over het stijgingspercentage van grafiek en bij een logaritmische schaalverdeling.



De bevolking groeide in de beschreven periode bij benadering exponentieel.

Tussen 1 januari 1900 en 1 januari 1974 is de Nederlandse bevolking van 5 miljoen naar 13,4 miljoen mensen gegroeid. Hiervan kunnen we de volgende formule afleiden:

$$N = 5 \cdot 1,142^t$$

In deze formule is  $N$  het aantal inwoners van Nederland in miljoenen en  $t$  de tijd in tientallen jaren met  $t = 0$  op 1 januari 1900.

- 20 □ Toon aan dat deze formule klopt door de formule af te leiden uit de aantallen van 1900 en 1974.  
Met behulp van het inzetje in figuur 2 kun je groeipercentages aflezen.  
Voor de Nederlandse bevolking kun je aflezen dat het groeipercentage tussen 5% en 10% lag. Aan het inzetje is echter niet te zien wat men precies bedoelt. Het zou hier kunnen gaan om:  
A) een groeipercentage per jaar;  
B) een groeipercentage per 5 jaar;  
C) een groeipercentage per 10 jaar af  
D) een groeipercentage per 15 jaar.
- 21 □ Geef met behulp van een berekening aan welke mogelijkheid van de hierboven genoemde mogelijkheden A, B, C of D bedoeld wordt.

FIGUUR 9 VWO-A1

De eerste opgave *Levensduur van koffiezetapparaten* (zie pag. 32) is een opgave die gedeeltelijk overeenkomt met de gelijknamige opgave in het A12-examen. Over de overlap verderop in dit artikel meer. De tweede vraag van deze opgave leidde tot enkele ontevreden reacties van docenten. Het bleek dat niet iedere school op dezelfde wijze omgaat met de lijst van vakspecifieke hulpmaterialen zoals die ruim voor de examendata bekend gemaakt wordt. Op sommige scholen is kennelijk het bijzonder geschaalde papier niet als standaardvoorziening in de examenlokalen klaargelegd en dat leidde bij vraag 2, waarbij normaal waarschijnlijkheidspapier gehanteerd moet worden, hier en daar tot paniek tijdens het examen. Ook bij de regionale examenbesprekingen kon nogal wat gelijkgeaarde kritiek op deze vraag beluisterd worden. En dit terwijl, behalve in de reeds vermelde lijst met vakspecifieke hulpmaterialen, ook in het examennummer van Euclides van vorig jaar (jrg. 78, nr. 1, september 2002, p. 013) uitdrukkelijk vermeld werd dat het als bijlage verstrekken van dit papier bij het examen niet tot de standaardroutines van de examenmakers behoort. Argument hiervoor is dat examenmakers van mening zijn dat leerlingen bij sommige vragen zelf de mogelijkheid moeten hebben om te besluiten of, en zo ja welk bijzonder geschaald papier gebruikt moet worden.

De volgende opgave, *De Nederlandse bevolking*, begon met het opstellen van een exponentiële functie. Vervelend genoeg voor velen bleek dat de bijbehorende formule al gegeven was en er waren, zo bleek uit de

**TABEL 12 – VWO A12**

Opgave	Levensduur van koffiezetapparaten				Cocktails				Grondstofverbruik					Strike it rich				Sport- prestaties		
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max.score	4	7	5	6	3	4	4	5	3	5	3	6	5	3	3	3	6	3	5	7
p'-waarde	80	60	56	40	98	16	40	23	90	67	61	36	3	73	58	63	26	92	53	22

**TABEL 13 – Overlap VWO A1 en A12**

Opgave in overlap	Levensduur van koffiezetapparaten			Strike it rich				Sport- prestaties	
Vraagnr. A1	1	2	3	14	15	16	17	19	21
max.score	4	7	5	3	3	3	6	3	5
p'-waarde	63	59	52	73	42	61	19	85	45
Vraagnr. A12	1	2	3	14	15	16	17	19	21
max.score	4	7	5	3	3	3	6	3	5
p'-waarde	80	60	56	73	58	63	26	92	53

reacties, nogal wat leerlingen die niet verder kwamen dan het via invullen controleren van de juistheid van de formule - terwijl de vraag expliciet aandrang op het zelf constructief opstellen van het functievoorschrift. Uiteraard waren we als examenmakers beducht geweest voor deze onjuiste aanpak op basis van invullen. Toch meenden we, om het vervolg van de opgave intact te kunnen houden, er goed aan te doen de vraag in deze vorm te stellen. In de toekomst zullen we echter nog zorgvuldiger overwegingen in dit verband maken om te zien of dit vermeden kan worden. Dit neemt niet weg dat ook leerlingen alert moeten zijn op het verschil tussen formuleringen als 'Toon aan dat deze formule klopt door de formule af te leiden uit de gegevens' en iets als 'Onderzoek of de gegevens overeenstemmen met de betreffende formule'. Op een enkele plaats werd trouwens misprijzend gereageerd op het gebruik van het 'inzetje' in de bij deze opgave horende figuur, een reactie die wat merkwaardig aandoet als men bedenkt dat wiskunde-A gezien wordt als een vorm van realistische wiskunde en de grafiek inclusief inzetje enkele jaren geleden in een landelijk dagblad aangetroffen kon worden... *Reislust* was de opgave die mede bedoeld was om invulling te geven aan het kleine subdomein 'Rijen' dat met rijen gemeoid is. Dat bleek niet bij iedereen helder want na afloop van dit examen kon geconstateerd worden dat er nogal wat leerlingen waren die monter meldden dat er niets over rijen in dit examen zat. Kennelijk was de vermomming hier zo 'geslaagd' dat leerlingen er en masse niet in slaagden dit onderdeel te

herkennen, overigens zonder daarmee echt onderuit te gaan want vraag 11, de vraag bij uitstek die leerlingen op die rijenkennis wenste aan te spreken, scoorde met een p'-waarde van 62 niet slecht. Veel leerlingen hebben deze vraag kennelijk 'met de hand' uitgerekend. Voor deze categorie leerlingen kan geconstateerd worden dat men van geluk mag spreken dat de gezochte  $n$ -waarde niet groter was dan 45. Of men een dergelijke vraag ook tot een goed einde gebracht zou hebben in geval de gezochte  $n$ -waarde bijvoorbeeld een factor 10 groter zou zijn geweest, valt te betwijfelen.

*Strike it rich* was de vierde opgave van dit examen. Deze opgave was identiek aan zijn A12-pendant en was gebaseerd op een Engels televisiespel. Na enkele min of meer verkennende binomiale verdelingsvragen werd een wat opener onderzoeksvraag te berde gebracht waarbij leerlingen voor een gokkende speler de optimale strategie moesten bepalen. Voor A1-leerlingen kennelijk een vraag die als zeer lastig ervaren werd: de p'-waarde was 19 en daarmee was dit de moeilijkste vraag van het vwo-examen wiskunde-A1.

Als laatste opgave figureerde de context *Sportprestaties*. Ook deze opgave kwam in het A12-examen terug maar toch wel in een andere hoedanigheid. Als we de p'-waarden van deze opgave in het A1-examen bekijken dan zien we een dalende rij waarden: de opgave wordt, naarmate men verder komt, kennelijk steeds moeilijker. Het zou natuurlijk ook kunnen betekenen dat naarmate de opgave vordert er

Een cocktail is een drank die wordt gemaakt door enkele basisdranken te mengen. Zo bestaat de cocktail 'Apple Dream' voor 80% uit appelsap, voor 20% uit amaretto en voor 0% uit pijsang sambon.

Met deze drie basisdranken kunnen we veel meer cocktails maken door andere mengverhoudingen te gebruiken. Om al deze mengverhoudingen in kaart te brengen gebruikt men vaak een zogenaamd *divi-compositiesdiagram*. In figuur 2 zie je een afbeelding van zo'n drie-componentendiagram, met daarin het punt A. Dit punt hoort bij de cocktail 'Apple Dream'. Op de bijlage bij deze opgave staat het diagram ook afgebeeld.

figuur 2



De cocktail 'Strong Apple' bestaat voor 20% uit appelsap, voor 30% uit amaretto en voor 50% uit pijsang sambon.

Teken op de bijlage in figuur 2 het punt dat hoort bij 'Strong Apple'. Teken duidelijk de hulplijnen die je hebt gebruikt.

Een drankenfabrikant wil uit de drie genoemde basisdranken een cocktail maken. Om na te gaan welke winst hij kan behalen gebruikt hij de volgende gegevens.

basisdrank	kosten per liter in euro's
appelsap	8,25
amaretto	4
pijsang sambon	3

De fabrikant wil de cocktail gaan verkopen voor 7,30 euro per liter.

We geven het percentage appelsap waaruit de cocktail bestaat aan met  $x$ , het percentage amaretto met  $y$  en het percentage pijsang sambon met  $z$ . De winst in euro's die de drankenfabrikant maakt op 1 liter cocktail sommen we  $W$ . Voor  $W$  geldt de volgende formule:  $W = 4,5 + 8,275x - 0,01y$ .

Laat zien hoe deze formule voor  $W$  uit de gegevens kan worden afgeleid. Bedenk daarbij dat  $x + y + z = 100$ .

FIGUUR 10 VWO-A12

steeds meer leerlingen zijn die 'er niet aan toe zijn gekomen', met andere woorden: het examen zou te lang kunnen zijn. Een examen dat te lang is, kent met name aan het einde van het examen nogal wat leerlingen die vragen overslaan. Uit de analyse die van de versnelde correctie gemaakt is, blijkt dit echter niet. Voorshands lijkt de conclusie dus gerechtvaardigd dat deze opgave inderdaad een stijgende moeilijkheidsgraad kende. Toch slaagden de A1-leerlingen er in om bij de laatste vraag van dit examen een p'-waarde van 28 te scoren terwijl hier toch een vrij abstracte vraag aan de orde gesteld werd. Hierbij moet wellicht wel worden opgemerkt dat de gezochte waarde van de parameter, zo bleek uit diverse veldreacties, ook wel door leerlingen gevonden werd door een berekening gebaseerd op het invullen van een specifieke waarde van  $r$ , de gesprongen afstand, veeleer dan een abstractere, algebraïsche exercitie op basis van de twee gegeven formules.

**Vwo A12**

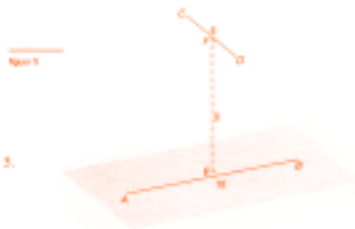
De gemiddelde p'-waarde van het A12-examen was 48,4, zo valt na te gaan aan de hand van tabel 12. Een duidelijke indicatie dat dit examen kennelijk als moeilijk ervaren is. Dat wordt ook geïllustreerd door het theoretisch gemiddelde cijfer 5,4 in geval de N-term gelijk zou zijn aan 1. Daar zou een onvoldoendenpercentage van 53 bij horen. Uiteindelijk werd de N-term voor het examen vwo-A12 vastgesteld op 1,5 waarmee het gemiddelde cijfer een 5,9 werd en 38% van de populatie met een onvoldoende genoegen

moest nemen. Dat is nog steeds een hoog percentage, erg hoog in de ogen van velen. Om het percentage onvoldoendes gelijk te krijgen aan dat van het A1-examen zou de N-term trouwens gelijk moeten zijn geweest aan  $N = 2,0$ . In dat geval zou het gemiddeld cijfer voor A12 een 6,3 geweest zijn.

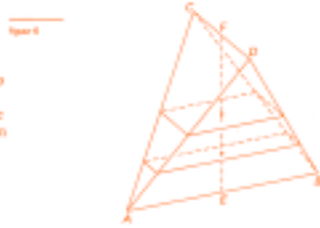
Als we tabel 12 wat nauwkeuriger bekijken, dan zien we onmiddellijk dat met name vraag 13 voor bijna alle leerlingen ondoenlijk is geweest. Het betrof hier een vraag in de context *Grondstofverbruik* die beoogde leerlingen de somformule voor meetkundige rijen te laten hanteren. De rest van de context ademde veeleer een sfeer van continue modellen, daar waar deze vraag alleen tot een goed einde te brengen was als men zich realiseerde dat men een discrete modelleringslag moest maken. Hierin slaagde dus kennelijk zo goed als niemand. Wat bij het A1-examen gesteld kon worden, geldt hier in verhevigde mate: de vermomming van de te hanteren techniek is bij deze vraag te goed gebleken. Van de 5 te verdienen punten verdiende 89% van de leerlingen er geen enkele. Met andere woorden: slechts 11% van de leerlingen kreeg voor deze vraag minimaal 1 punt. De p'-waarde van het hele examen wordt door deze vraag trouwens ook behoorlijk beïnvloed. Als we de p'-waarde van het hele examen zonder vraag 13 bepalen is dit 50,9 in plaats van de reeds eerder vermelde 48,4. Al met al is deze vraag waarschijnlijk de hoofdaanleiding geweest de N-term op 1,5 vast te stellen. Dit neemt niet weg dat examenmakers zich in de toekomst nog wat meer bewust moeten zijn van het

## Inhoud viervlak

Lijnstuk  $AB$  ligt in een horizontaal vlak. Lijnstuk  $CD$  is evenwijdig aan dat vlak, op afstand  $h$ . Lijnstuk  $AB$  heeft lengte  $10$  en lijnstuk  $CD$  heeft lengte  $6$ . De lijnstukken  $AC$  en  $BD$  staan loodrecht op elkaar.  $E$  en  $F$  zijn de middelen van  $AB$  en  $CD$ .  $EF$  staat loodrecht op  $AB$  en op  $CD$ . Zie figuur 5.



Door de punten  $A$  en  $B$  te verbinden met de punten  $C$  en  $D$  ontstaat het viervlak  $ABCD$ . In het viervlak brengen we horizontale doorsneden aan. Omdat  $AB$  en  $CD$  loodrecht op elkaar staan, zijn de doorsneden rechthoeken. In figuur 6 is als voorbeeld op twee hoogten de doorsnede getekend. (De hoogte wordt gemeten langs het lijnstuk  $EF$ .)



In figuur 7 is zo'n doorsnede op hoogte  $h$  binnen het horizontale vlak getekend, met  $0 < h < h$ . Met behulp van driehoek  $ABF$  kan de lengte van de zijde van de rechthoek die in vlak  $ABD$  ligt, in  $h$  worden uitgedrukt.



De lengte van deze zijde is gelijk aan  $10 - \frac{2}{3}h$ .

11  Toon dit aan.

De lengte van de andere zijde is gelijk aan  $\frac{2}{3}h$ .

12  Onderzoek door een berekening of de doorsnede met de grootste oppervlakte een vierkant is.

Omdat we de oppervlakte van de doorsnede op elke hoogte  $h$  kennen, kunnen we met een integraal de inhoud van het viervlak  $ABCD$  berekenen.

13  Bereken exact de inhoud van het viervlak  $ABCD$ .

FIGUUR 11 VWO-B1

feit dat het onderwerp discrete wiskunde in een examen niet te verstopt moet zijn. De opgave *Grondstofverbruik* werd voorafgegaan door de opgave *Cocktails*. Dit was een lineair programmeringsprobleem in een oorspronkelijke verpakking. Op basis van een drie-componentendiagram moest men op zoek gaan naar een maximale winst-situatie. Dat kon, als men het juiste toegestane gebied gevonden had, via randenwandeltechniek dan wel gebruikmakend van isowinstlijnen gebeuren. Velen echter waren niet in staat het correcte gebied te arceren. Er was dan ook naderhand kritiek op het stapeleffect bij deze opgave. Vragen binnen het domein 'Lineair programmeren' moeten echter vaak, om leerlingen enig houvast te geven, opgebouwd worden daar waar men wellicht liever een integraal en open probleem aan de leerling voor zou willen leggen. Dit laatste is, binnen een centraal examen, een te groot risico maar gevolg is soms een stapeleffect voor degene die halverwege het spoor bijster raakt. Het opstellen van de winstformule dat voorafging aan de gebiedsbepaling was een nog groter obstakel voor velen: een  $p'$ -waarde van 16 is erg laag. Een enkele collega vond trouwens dat deze vraag buiten het examenprogramma viel en beriep zich op specifieke eindtermen waarin melding gemaakt wordt van tweedimensionale lineaire programmeringstechniek. Voor zover bekend is ook op dit moment niet iedereen overtuigd door het feit dat de context hier in de ogen van de examenmakers en de CEVO-vaksectie zodanig was dat het voor iedereen helder zou moeten zijn dat

de ogenschijnlijke driedimensionaliteit van de context op basis van de gegeven betrekking dat de drie grootheden samen voortdurend 100% dienen te vormen onmiddellijk tot een tweedimensionaal probleem te herleiden valt. Die herleiding is via relatief eenvoudige algebraïsche manipulatie tot stand te brengen. Daarin slaagden veel leerlingen zoals gezegd dus niet; 72% van de populatie ging bij vraag 6 met 0 punten huiswaarts. Een beangstigend gegeven dat lijkt te passen in een tendens waarbij de A12-leerling in de Tweede fase een blinde vlek voor algebraïsche manipulatie dreigt te ontwikkelen ondanks het feit dat dit nog steeds een integraal onderdeel van het examenprogramma is.

Deze algebraïsche problematiek lijkt ook weer op te duiken bij de laatste vraag van dit examen, vraag 20. Hierbij werd kennis van het begrip differentiëren bij een verzameling formules met daarin een onbekende parameter  $a$  centraal gesteld. We zien dat  $p' = 22$ . Ongetwijfeld zou een vergelijkbare vraag met daarin een concrete parameterwaarde een heel wat beter resultaat geboekt hebben. Maar de kracht van algebraïsche technieken ten opzichte van 'bruut GR-geweld' zou in een dergelijke vraag veel minder tot zijn recht gekomen zijn: bij de in de vraag aan de orde gestelde problematiek is de verlangde differentieertechniek veel minder gekunsteld dan in die concretere variant.

Overigens is ook bij dit examen gekeken naar de klacht die bij de regionale besprekingen geuit werd als zou

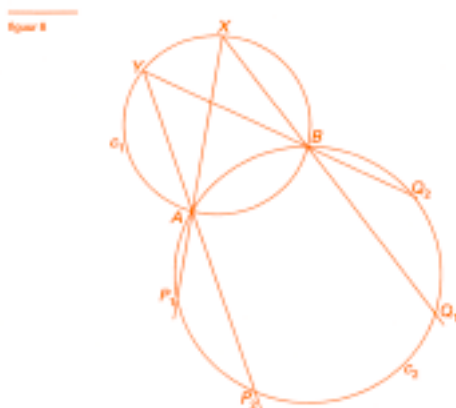
## Constate booglengte

Twee cirkels  $c_1$  en  $c_2$  snijden elkaar in de punten  $A$  en  $B$ .

$A$  en  $B$  verdelen  $c_1$  in twee bogen: de ene boog ligt binnen  $c_2$ , de andere boog ligt buiten  $c_2$ .

Op de boog van  $c_1$  buiten  $c_2$  liggen de punten  $X$  en  $Y$ . De lijnen  $AX$  en  $AY$  snijden  $c_2$  nog in de punten  $P_1$  en  $Q_1$ . De lijnen  $BY$  en  $BY$  snijden  $c_2$  nog in de punten  $P_2$  en  $Q_2$ . Zie figuur 8. Deze figuur staat ook op de bijlage.

19 □ Bewijs dat de bogen  $P_1Q_1$  en  $P_2Q_2$  even groot zijn.



FIGUUR 12 VWO-B12

het examen A12 te lang zijn. Ook hier was dit niet af te lezen uit de analyse. Dit neemt niet weg dat de constatering van veel docenten dat veel van hun leerlingen het gevoel hebben gehad tijd te kort te komen, door de examenmakers serieus genomen wordt.

### Overlap vwo A1/A12

De examens vwo A1 en vwo A12 vertoonden ook dit jaar weer een zekere mate van overlap. De vragen die aan beide populaties werden voorgelegd (overlap) treffen we aan in tabel 13. We zien dat er 39 punten te verdienen waren in deze overlapvragen: voor de A1-leerling was dit 46% van zijn puntentotaal, voor de A12-leerling 43%. Verder valt te constateren dat het niveauverschil dat uit deze overlapvragen blijkt, erg beperkt is. De A1-leerling behaalde een p'-gemiddelde van 52,5 en de A12-leerling 58,9. Uit deze waarden valt ook af te leiden dat de overlapvragen voor de A1-leerlingen toch wat moeilijker waren dan de profielspecifieke A1-vragen, maar dat diezelfde vragen voor de A12-leerling ten opzichte van de profielspecifieke A12-vragen gemiddeld als eenvoudiger naar voren kwamen. De al in het A1-stuk gememoreerde onderzoeksslotvraag van *Strike it rich* deed het in de A12-populatie weliswaar duidelijk beter dan bij A1 maar bleef ook voor dit publiek een lastige vraag met een p'-waarde van 26.

### Niveau A12-populatie

Al met al zou een voorzichtige conclusie van dit examenjaar kunnen zijn dat met name over het niveau

van de A12-populatie nog niet het laatste woord gesproken zal zijn. Een percentage onvoldoendes van 38 is ongetwijfeld voor velen onverwacht hoog en zal een discussie hierover alleen maar kunnen aanwakkeren.

## VWO B

[ Edward van Kervel ]

In de eerste plaats werd het B12-examen ontsierd door een storende fout in de redactie van vraag 3 van de opgave *Periodiek*. De daar opgevoerde rij  $u_n$  stopt direct na een term die gelijk is aan 1, en niet aan 0, zoals de tekst suggereerde. Omdat vraag 3 nu betekenisloos was geworden, besliste de CEVO dat alle kandidaten hier de volle 5 punten moesten krijgen. We vermoeden, op grond van de toets- en itemanalyse van de gegevens van de versnelde correctie, dat de groep kandidaten door deze beslissing geen nadelige gevolgen van deze fout heeft ondervonden. Verder viel op dat voor het B1-examen dit jaar fors lager werd gescoord dan vorig jaar. Kon in 2002 de N-term op 0,8 gesteld worden, dit jaar zag de CEVO zich genoodzaakt tot de keuze  $N = 1,6$ . Met gemiddeld cijfer 6,0 en 38% onvoldoendes kunnen noch de kandidaten, noch de collega's, noch de examenmakers echt gelukkig zijn. Over de oorzaken van dit resultaat is veel gespeculeerd op de sites [www.nvww.nl](http://www.nvww.nl) en <http://examen.kennisnet.nl>. Velen spraken van een (te) fors niveau van de B1-opgaven; over de samenstelling van de doelgroep werden minder opmerkingen gemaakt.

**TABEL 14 – VWO B1**

Opgave	Lengte		Zomertarwe				2 scharnierende vierkanten				Inhoud viervlak			Osteoporose			Kogelbanen			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max.score	3	4	4	4	6	3	3	4	4	3	4	5	5	3	7	4	4	4	5	4
p'-waarde	67	84	81	39	42	35	56	34	44	66	34	69	44	85	37	44	33	23	65	24

**TABEL 15 – VWO B12**

Opgave	Periodiek					Zomertarwe				Conflict tussen twee punten en een lijn		Osteoporose			Twee scharnierende vierkanten		Twee ellipsen		Constante booglengte
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	4	5	5	6	4	4	4	6	3	4	4	3	7	4	4	4	3	6	6
p'-waarde	96	72	100	56	41	81	49	62	56	82	82	88	49	57	54	60	74	51	31

De enige objectieve gegevens die ons ter beschikking staan zijn:

- de gegevens van de enquête die tijdens de regionale besprekingen werd gehouden;
- de resultaten van de versnelde correctie, die betrekking heeft op circa 2000 van de ongeveer 8000 kandidaten.

Uit de enquête bleek dat het niveau van het B1-examen door 4% als te laag, door 56% als goed en door 40% als te hoog werd gekwalificeerd. Voor het B12-examen waren deze percentages respectievelijk 41, 58 en 1. De resultaten van de versnelde correctie geven aan dat de laatste opgave van het B1-examen, *Kogelbanen*, het slechtst scoorde – geheel tegen de verwachtingen van de examenmakers in. Verder bleken de vragen die zowel in het B1-examen als in het B12-examen waren opgenomen, de zogeheten overlap, door de B12-kandidaten aanmerkelijk beter te zijn gemaakt dan door de B1-kandidaten. In de **tabellen 14 en 15** met p'-waarden kunt u dit nazien.

Een enkeling merkte half schertsend op dat hij z'n B1-leerlingen in het vervolg zal aanraden om B12 te kiezen. Helaas veranderen individuele prestaties niet door van groep te wisselen.

De omvang in scorepunten van de overlap wordt overigens niet rechtstreeks bepaald door de omvang in sluis van de gemeenschappelijke (sub)domeinen. Dit valt bijvoorbeeld op te maken uit de toetsmatrijzen zoals die alweer enkele jaren geleden in de 'Syllabus VWO wiskunde-B' zijn opgenomen.

Voor B12 werd de N-term evenals vorig jaar vastgesteld op 0,8, hetgeen een gemiddeld cijfer van 6,5 en 25% onvoldoendes opleverde, een niet onprettig resultaat dat vergelijkbaar is met dat van 2002. De algemene indruk uit de discussiebijdragen tijdens de regionale vergaderingen en uit de reacties op internet is dat collega's en leerlingen een redelijk idee denken te hebben van hetgeen ze voorgezet zal worden.

Evenals vorige jaren werd bij de enquête de keuzevraag voorgelegd: 'Het niveau-verschil tussen het B1-examen en het B12-examen is te gering/goed/te groot.' De formulering van deze vraag veronderstelt dat het B12-examen moeilijker is dan het B1-examen. Door veel collega's werd op deze vraag met een glimlach gereageerd: men vond het B1-examen relatief moeilijk en het B12-examen relatief makkelijk. De vastgestelde N-termen spreken dit oordeel niet tegen. Hierbij wordt vanzelfsprekend ook de doelgroep in de beschouwingen betrokken. Desondanks kan het B12-examen nog steeds als 'lastiger' dan het B1-examen gekarakteriseerd worden: B12-kandidaten krijgen vragen over meer stof met vergelijkbare diepgang. Een analyse van de steekproef-resultaten leert dat zij inderdaad beter scoren dan B1-kandidaten.

### Vwo B1

In **tabel 14** staan de maximumscores en de p'-waarden voor de vragen van het B1-examen. De startopgave *Lengte* voldeed aan de verwachtingen; kandidaten konden hier zonder veel omwegen het geleerde toepassen.

Het ontwikkelingsprogramma van de Verenigde Naties, UNDP, berekent jaarlijks voor vrijwel alle landen de HDI (Human Development Index). De bedoeling daarvan is om met één getal aan te geven hoe het met het welzijn van de inwoners van een land gesteld is in vergelijking met andere landen. Natuurlijk kan dit slechts een ruwe maat zijn. Er zijn veel meer gegevens nodig om een goed beeld van de situatie in een land te krijgen. Maar door één getal te gebruiken zijn alle landen in een ranglijst te plaatsen waarmee bijvoorbeeld eenvoudig de minst ontwikkelde landen zijn aan te wijzen.

Om de HDI te berekenen bepaalt men eerst afzonderlijk de levensverwachtingsindex, de inkomensindex en de scholingsindex. De HDI is het gemiddelde van deze drie indices, dus:

$$HDI = \frac{\text{levensverwachtingsindex} + \text{inkomensindex} + \text{scholingsindex}}{3}$$

De tabel



Open het bestand 'HDI-TABEL.XLS'.

Op je computerscherm zie je een tabel met per land de gegevens waaruit men de HDI berekent. De gegevens in deze tabel betreffen de situatie in 1997.

In kolom C staat de levensverwachting in jaren voor een pasgeborene. Daarmee is de levensverwachtingsindex in kolom E berekend.

In kolom D staat het gemiddelde inkomen per inwoner (in dollars). Daarmee is de inkomensindex in kolom F berekend.

Hoewel niet vermeld is hoe de levensverwachtingsindex en de inkomensindex berekend zijn, is er op basis van de tabel al wel iets over te zeggen.

- 15  Toon aan door gebruik te maken van gegevens uit de tabel dat het verband tussen de levensverwachting (kolom C) en de levensverwachtingsindex (kolom E) lineair kan zijn. Schrijf de gegevens op die je uit de kolommen C en E gebruikt.

FIGUUR 13 VWO-A1 Complex

Bij de opgave *Zomertarwe* werden de grafiek en het gesplitste functievoorschrift van een afgeleide functie gegeven. De kandidaten hebben zich hiermee redelijk weten te redden, ondanks het feit dat dit noopte tot de introductie van de (gebonden) hulpvariabele  $s$ . Bij de vragen 5 en 6 werd regelmatig de  $-$  terechte  $-$  opmerking gemaakt dat deze vragen ook in elkaar geschoven zouden kunnen worden. Om de maakbaarheid te bevorderen is hier bewust gekozen voor splitsing in deelvragen.

Bij de opgave *Twee scharnierende vierkanten* deed zich de merkwaardige situatie voor dat bij vraag 7, die niet in het B12-examen was opgenomen, naast het product ook de som van lengte en breedte het gewenste resultaat opleverde. De formulering van vraag 8 verbood een redenering met voorbeelden, zoals de meeste kandidaten inzagen. Bij vraag 7 moest netjes uitgeschreven worden wat er gebeurt bij  $t = \frac{1}{4}\pi$ . Uiteraard kon, alleen ter controle, dit zelf berekende antwoord gecontroleerd worden met de formule van vraag 8. Vraag 9 kon met inzicht beantwoord worden, maar ook met hard werken. Vraag 10 kwam tegemoet aan de wens om af en toe rechtstreeks technieken 'af te vragen'.

De opgave *Inhoud viervlak* deed zijn naam eer aan: bij de afsluitende vraag 13 moest de inhoud van het gegeven viervlak berekend worden. Alhoewel de oplossingsmethode door middel van integraalrekening door de begeleidende tekst nadrukkelijk gesuggereerd werd, was de werkwijze vrij. Een aanpak als  $I = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 \cdot 6 = 80$  is op grond van de algemene regel 3.3 vanzelfsprekend helemaal juist. De

voorbereidende vraag 11 was ingevoegd om het project niet vroegtijdig te laten stranden, een aanpak die vaker voorkomt in schriftelijke examens. De onderzoeksvraag 12 bevatte een miniem valkuiltje: leerlingen komen vaak situaties tegen waarbij oppervlakten van rechthoeken maximaal zijn als de rechthoek een vierkant is. Door de van elkaar verschillende coëfficiënten van  $h$  kon men al gewaarschuwd zijn dat dit hier niet het geval was. Bovendien stonden de kandidaten meerdere onderzoeksmogelijkheden ten dienste, waarvan gelukkig goed gebruik is gemaakt. De opgave *Osteoporose* combineerde verschillende aspecten van de kansrekening. Van de overlap-opgaven was dit degene die het kleinste verschil in resultaten te zien gaf.

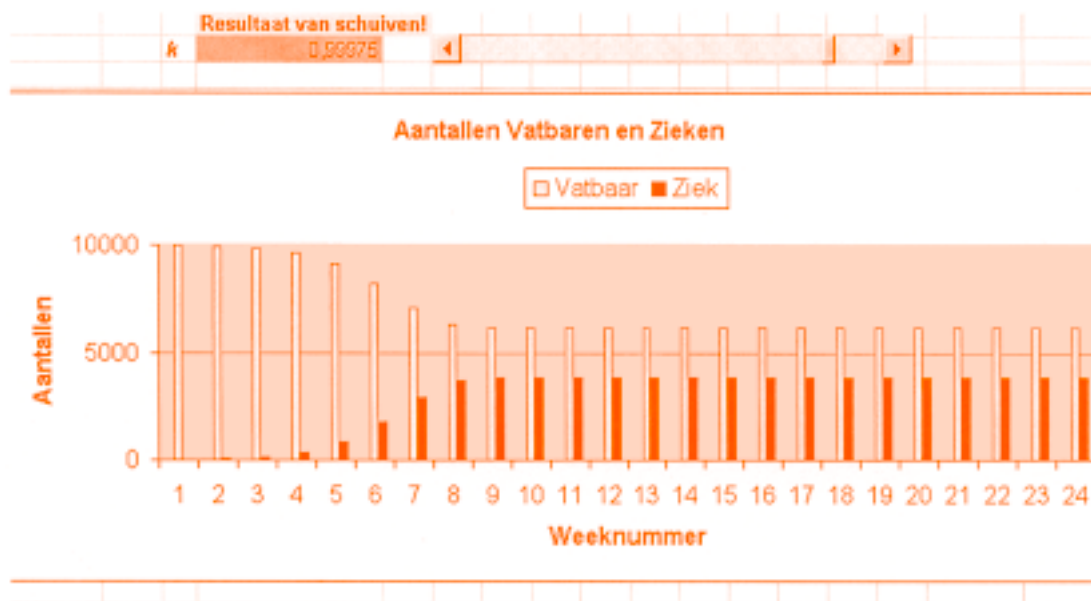
*Kogelbanen* scoorde, zoals eerder opgemerkt, het laagst van alle B1-opgaven. Sommigen vermoedden hier taalproblemen. Gezien de korte tekst en de herkenbare context lijkt dat twijfelachtig. Wellicht wordt het resultaat verklaard door het feit dat hier redelijk wat algebraïsch manipuleren aan te pas kwam, een onderwerp dat sinds de invoering van de basisvorming soms tussen de wal (onderbouw) en het schip (bovenbouw) terecht lijkt te komen.

### Vwo B12

In tabel 15 staan de maximumscores en de  $p$ -waarden voor de vragen van het B12-examen.

Van de B12-opgaven die niet in het B1-examen voorkwamen valt *Periodiek* natuurlijk op door de 100%-score bij vraag 3, veroorzaakt door





FIGUUR 14 VWO-A12 Complex (Excel-bestand bij Epidemie)

eerdergenoemde fout. De vervolgvragen 4 en 5 scoorden zeker niet lager dan op grond van inschattingen en onderzoek verondersteld mocht worden.

Bij *Conflict tussen twee punten en een lijn* lijken de identieke  $p$ -waarden, in combinatie met de over beide vragen gevoerde discussies op de regionale bijeenkomsten, te wijzen op een uniforme wijze van beoordeling van de beide vragen. De vragen zijn echter niet volgens het principe 'gelijke monniken, gelijke kappen' beoordeeld. Bij nadere inspectie blijkt bijvoorbeeld dat 23% van de leerlingen bij vraag 10 ten hoogste 2 van de 4 punten scoort, terwijl dit bij vraag 11 slechts 17% van de populatie is. Wel is de samenhang tussen de hoge  $p$ -waarden begrijpelijk: wie – zoals de meeste kandidaten – de opgave met overzicht benadert, kan beide vragen beantwoorden. Het feit dat in de opgave en in het correctievoorschrift de term 'construeren' ontbreekt is van verschillende kanten opgemerkt. Hoewel dit geen term is uit het Nomenclatuurrapport, blijkt hieruit een behoefte aan verduidelijking over hoe 'precies' een tekening moet zijn.

*Twee ellipsen met gemeenschappelijke raaklijn* scoorde redelijk voor een voorlaatste vraag. Kennelijk zijn kandidaten inmiddels aardig voorbereid op toepassingen van de raaklijneigenschap. De afsluitende opgave *Constante booglengte* was van het lastigere bewijstype. Sommigen waren ongelukkig met de plaats van deze twee opgaven aan het eind van het examen. Eigenlijk is er voor dergelijke alles-of-niets-opgaven

die uit slechts één vraag bestaan geen 'mooie' plaats in een examen. Omdat ze zeker ook gesteld moeten kunnen worden, leken ons de twee laatste plaatsen de minst slechte.

## Complex3/IMEX: VWO A1/A12 [ Harm Boertien ]

In januari 2002 is voor de vakken wiskunde vwo A1 en A12 het exameninnovatieproject 'Complex3' van start gegaan. Het project had tot doel ervaring op te doen met de toepassing van ICT in de centrale examens. Onderzocht moest worden in hoeverre de computer een nuttig instrument zou kunnen zijn bij het examineren van de wiskunde voor leerlingen vwo A1 en A12. Kernvraag was of de computer nog meerwaarde kon bieden ten opzichte van de grafische rekenmachine. Met een team van twee ervaren en creatieve wiskunde-docenten lijkt deze vraag na één jaar studeren, ontwerpen en aanpassen van opgaven uiteindelijk positief beantwoord te kunnen worden. Verdere informatie over de opzet van het Imex-project is te vinden op <http://compex.citogroep.nl>.

Het resultaat van de constructie was zoals bedoeld een vwo A1- en A12-examen dat voor 70% uit vragen van het reguliere eerste tijdvak-examen bestond en voor 30% uit vragen bij contexten die gebruik van de computer vereisten. Elk examen begon met een aantal opgaven en vragen uit het reguliere examen, waarna één redelijk uitgebreide computeropgave in plaats van

de gebruikelijke schriftelijke opgave(n) het examen afsloot. Deze computeropgave vereiste het kunnen gebruiken van het softwareprogramma Excel.

De A1-computeropgave *HDI* (zie pag. 23) was gebaseerd op de Unesco-gegevens over de Human Development Index (HDI). De opgave behandelt de wiskundige achtergrond voor deze index en alternatieve keuzes die men heeft bij het opstellen van zo'n index. Met de computer is op het scherm direct te zien wat het gevolg van dergelijke alternatieven voor de HDI-waarden van alle landen van de wereld zouden zijn.

De A12-opgave *Epidemie* behandelde het verloop van een epidemie volgens een Reed-Frost-model, gegeven enkele parameters. Door met schuifbalken de parameters te veranderen is op het computerscherm direct de verandering in het verloop van de epidemie te zien. Een gedeelte van het bijbehorende spreadsheet is bij dit artikel als illustratie opgenomen (zie pag. 24).

Belangrijk voor de productie van het examen is geweest dat er naar verhouding met andere vakken als biologie en natuurkunde (IP-Coach) in het wiskundeonderwijs niet veel ervaring is met het gebruik van de computer. Redenen daarvoor zijn waarschijnlijk dat alle vakken samen de beperkte outillage voor ICT-activiteiten op scholen moeten delen en dat de invoering van de GR bij wiskunde de noodzaak om een computer te gebruiken in veel gevallen heeft weggenomen. Voor de examenproductie was ook belangrijk dat de software die uitgevers verstrekken, dikwijls vooral gericht is op *leren* en minder op *toetsen*. Vaak is deze software vooral toegespitst op heel bijzondere probleemstellingen (over grafieken of meetkundige problemen bijvoorbeeld). Bij het begin van het project waren er hierdoor (en waarschijnlijk mede door het overladen wiskunde-programma) weinig ervaringsgegevens bekend over de mogelijkheden om de computer in toetsituaties (examens) te gebruiken.

De meerwaarde van de computer ten opzichte van de GR is gezocht in de betere mogelijkheden om problemen te kunnen visualiseren en in het eenvoudiger kunnen omgaan met grote databestanden en parameters. Daarnaast is er bekende software gekozen, zodat de leerlingen geen extra oefentijd in de te gebruiken computerprogramma's hoefden te investeren. Als vanzelf is dan een Excel-spreadsheet een voor de hand liggende keus, hoewel het pakket wiskundig gezien ook zijn beperkingen en eigenaardigheden heeft.

De leerlingen hebben als voorbereiding voor dit examen gelegenheid gehad te ervaren wat er op het examen aan beheersing van computervaardigheden gevraagd zou worden. Daartoe zijn in de maanden voorafgaande aan het examen voorbeeldopgaven en één A4-tje uitgereikt met algemene instructies die gaan over het openen van een spreadsheet, de beveiliging ervan en zo nodig het bijstellen van het scherm.

De leerlingen zijn verder op de hoogte gesteld van de begin- en eindtijd van het examen. De duur van het examen kon een half uur langer zijn dan die van het reguliere landelijk examen.

Aan het begin van het examen is nog een korte instructie gegeven indien dit nog niet was gebeurd.

Het examen zelf vond plaats in het computerlokaal. Naast de docent was er een systeembeheerder aanwezig om eventuele problemen met de computer te kunnen opvangen. De leerlingen kregen alle examenopgaven en vragen op schrift. Ze moesten de antwoorden net zoals bij het reguliere examen op schrift zetten om de gebruikelijke correctie te kunnen laten uitvoeren. De leerlingen begonnen meestal met het 'reguliere deel', waarna ze de computeropgave gingen maken.

Er deden weinig leerlingen mee met het Compex3-examen. Het is daarom statistisch niet verantwoord gedetailleerde scoreresultaten te geven. Het bleek dat de leerlingen op het reguliere deel gemiddeld beter scoorden dan het landelijk gemiddelde. Verder bleek dat de score op de computeropgave gemiddeld hoger was dan de gemiddelde landelijke score op het reguliere 'restdeel'.

Het aantal scholen dat dit jaar heeft meegedaan met het experiment was gering, namelijk twee. De bevindingen zijn daarom erg schoolgebonden. De waardering bij leerlingen en docenten voor de examenvorm met computers geeft echter moed om te proberen deze verder te ontwikkelen. Bekeken moet worden hoe de meerwaarde van de computer nog duidelijker vorm kan krijgen, eventueel in andersoortige softwaretoepassingen of in andere soorten vraagstellingen.

*Over de auteurs*

---

*Harm Boertien, Petra Boon, Anita de Bruijn, Edward van Kervel, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Gerard Stroomer zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem (website: [www.citogroep.nl](http://www.citogroep.nl)).*

*Hun e-mailadressen zijn opvolgend [harm.boertien@citogroep.nl](mailto:harm.boertien@citogroep.nl), [petra.boon@citogroep.nl](mailto:petra.boon@citogroep.nl), [anita.debruijn@citogroep.nl](mailto:anita.debruijn@citogroep.nl), [edward.vankervel@citogroep.nl](mailto:edward.vankervel@citogroep.nl), [kees.lagerwaard@citogroep.nl](mailto:kees.lagerwaard@citogroep.nl), [ger.limpens@citogroep.nl](mailto:ger.limpens@citogroep.nl) en [gerard.stroomer@citogroep.nl](mailto:gerard.stroomer@citogroep.nl)*