

# WISKUNDE-EXAMENS 2004, 1E TIJDVAK

Dit artikel is geschreven door examenmedewerkers van de Citogroep. Bij iedere paragraaf over een specifiek wiskunde-examen treft u de naam van de bijbehorende medewerker aan. De examens zijn te downloaden via [www.citogroep.nl](http://www.citogroep.nl).

[ Harm Boertien, Anita de Bruijn, Edward van Kervel,  
Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Melanie Steentjes ]

## Woord vooraf

In dit overzichtsartikel treft u de gebundelde bijdragen aan van de verschillende Citogroepmedewerkers. Elders in dit nummer vindt u een artikel - een coproductie van Citogroep en CEVO - waarin meer verteld wordt over de wijze waarop examens gemaakt worden. De bijdragen over de diverse wiskunde-examens worden voorafgegaan door een algemener gedeelte met daarin onder andere een overzicht van de diverse bij de wiskunde-examens 2004 uiteindelijk vastgestelde N-termen.

## Dank

Ook dit jaar gaat, om te beginnen, onze dank uit naar al die collega's die ons - middels de versnelde correctie - in staat stellen na afloop van de examens een goede indruk te krijgen van de wijze waarop de verschillende doelgroepen hun examens gemaakt hebben. Ook de collega's die in de hectische examenperiode de moeite genomen hebben de diverse regionale examen-besprekingen te bezoeken zijn we dank verschuldigd. Het is voor ons te hopen dat ook in de toekomst de besprekingen goed bezocht worden, ondanks het feit dat de verslagen van deze besprekingen later op internet beschikbaar zijn. Deze besprekingen en de reacties op de NVvW-website geven ons als examen-makers zinvolle informatie waarmee we bij de vervaardiging van nieuwe examens rekening kunnen houden.

## Aantallen

In tabel 1 (zie voor de tabellen pag. 019 en 020) treft u de verschillende deelnemersaantallen bij de examens 2004 aan. In deze aantallen zit een zekere onnauwkeurigheid. Het feitelijk aantal kandidaten ligt gemiddeld genomen enkele procenten lager dan het opgegeven aantal, omdat scholen een zekere veiligheidsmarge in hun bestellingen inbouwen. Behalve de in de tabel genoemde examens zijn er ook dit jaar nog andere examens wiskunde afgenomen. Voor vwo zijn, voor de laatste keer, examens wiskunde-A en wiskunde-B (oude stijl dus) afgenomen. Van deze examens zijn geen gegevens ingewonnen, dus daarover valt op deze plek niet veel te melden. Als gevolg van het ontbreken van deze gegevens zijn de N-termen voor beide vakken vastgesteld op 1,0. En verder is er, eveneens op vwo-A-niveau, ook nog een tweetal examens afgenomen in het kader van een experiment waarbij de computer ingezet werd. Verderop in dit artikel treft u daarover extra informatie aan.

De enige kwantitatieve gegevens die kandidaten actief genereerden, zijn de aantallen bij het LAKS geregistreerde klachten, onderverdeeld naar schooltype en examenvak. Gecombineerd met de aantallen kandidaten per wiskundevak levert dit het frappante overzicht van tabel 2, waarbij ter vergelijking in de laatste kolom het aantal reacties op de site van de NVvW is vermeld. Mogelijke conclusies laten we aan de lezer.



**28 april 2002**  
**Start: Markt, Maastricht**  
**10.15 uur**

- 3p ○ 15 Op 28 april 2002 werd de 'Amstel Gold Race' gereden. Dit is een wielervedstrijd. In de tabel hieronder staat aangegeven op welke tijdstippen de winnaar door de verschillende plaatsen kwam.

Tijd	Plaats	Tijd	Plaats	Tijd	Plaats
10.15	Maastricht: Markt	12.45	Epen	15.30	Gulpen
10.39	Beek	12.47	Camerling	15.46	Eckelrade
11.06	Valkenburg	13.03	Vaals	16.07	Sibbe
11.33	Oud Valkenburg	13.40	Mechelen	16.12	Valkenburg
11.35	Valkenburg	14.22	Valkenburg	16.17	Houthem
11.37	Sibbe	14.24	Sibbe	16.29	Bemelen
11.56	Maastricht: Markt	14.28	Valkenburg	16.31	Cadier en Keer
12.06	Eckelrade	14.42	Maastricht	16.36	Maastricht
12.36	Mechelen	15.04	Eckelrade	16.42	Finish Maastricht

→ Op welke tijdstippen kwam de winnaar door Sibbe?

- 3p ○ 19 Na afloop bleek dat 36 van de 195 renners ruim 11 minuten na de winnaar finishte.  
 → Bereken hoeveel procent ruim 11 minuten na de winnaar finishte. Schrijf hieronder je berekening op. Rond je antwoord af op een geheel getal.

## FIGUUR 1 VMBO-BB

De in tabel 3 opgenomen N-termen worden in de bijdragen over de diverse examens wiskunde nogmaals vermeld. Verder treft u daar ook de bij de verschillende vragen gescoorde p'-waarden aan. De p'-waarde van een vraag drukt de gemiddelde score uit in een percentage van de maximale score van die vraag.

## VMBO BB

### [ Anita de Bruijn ]

In totaal kon een examenkandidaat voor zijn vmbo-BB-examen 66 punten halen. Uit tabel 5 valt af te leiden dat de gemiddelde score van de examen-kandidaten van dit examen op 51,3 uitkomt. Dit komt overeen met een gemiddelde p'-waarde van 77,7. Hieruit mogen we concluderen dat dit examen niet als moeilijk ervaren is. Als men, net zoals vorig jaar, uit zou gaan van  $N = 0,5$  (zie tabel 4), dan zou de gemiddelde score van de examenkandidaat op 7,5 uitkomen en zou slechts 5% van de kandidaten een onvoldoende scoren. Omdat de ondergrens van de N-term vastgesteld was op 0,0 was er niet genoeg speelruimte om de resultaten meer in de richting te buigen van voorgaande jaren. Het valt te verwachten dat de moeilijkheidsgraad van het examen voor de komende jaren hoger gaat worden. De eerste opgave, *Het weer in 2001*, is een statistiek-opgave. Deze opgave is door de herkenbaarheid voor de leerlingen bewust als startopgave gekozen. Met een p'-waarde van 85,6 is dit geen verkeerde keus geweest.

De volgende opgave, *Breedbeeldtelevisie*, heeft twee van de drie vragen uit het domein rekenen. Vraag 8, waarbij de leerlingen de nieuwe prijs moesten berekenen van de Sony breedbeeldtelevisie, was een goed discriminerende vraag. De kandidaten met de laagste scores voor het gehele examen uit de steekproef behaalden gemiddeld 42% van de totale 4 punten, terwijl de kandidaten met de hoogste scores voor het gehele examen uit de steekproef hier gemiddeld 94% van de maximumscore behaalden. Bij vraag 10 van de opgave *Vakantie* gaf de relatieve frequentiescore een opvallend beeld te zien. Van alle kandidaten uit de steekproef behaalde 96% de maximale score van 3 punten. 3% van de kandidaten uit de steekproef scoorde 0 punten voor deze vraag. Door bijna geen enkele kandidaat uit de steekproef werd 1 of 2 punten voor deze vraag gescoord. We kunnen hieruit opmaken dat als de kandidaten uit de steekproef wisten hoe de tabel ingevuld moest worden, het in bijna alle gevallen ook goed ging. Achteraf gezien was de maximumscore van 3 voor deze vraag te ruim bemeten.

Een deel van de opgave *Amstel Gold Race* is bij dit artikel afgedrukt (zie figuur 1). Vraag 19, waarbij de kandidaten zelf een percentage uit moesten rekenen, bleek de moeilijkste vraag van dit examen: 70% van de kandidaten uit de steekproef wist hier geen enkel punt te behalen.

Bij de laatste opgave was er een *Top 40* afgedrukt van 14 oktober 2002. De bijbehorende vragen gingen over de plaatsnummers van de songs en het aantal weken dat een song in de Top 40 stond. De lage p'-waarde voor vraag 22 valt hier op. Bij deze vraag moesten de kandidaten de datum bepalen van een song die drie weken eerder op de eerste plaats stond. Dit vraagt meer inzicht van de kandidaten en dat was nu juist wat de examenmakers voor ogen stond.

## VMBO GL/TL en KB

### [ Melanie Steentjes ]

Bij de regionale bespreken bleek dat het merendeel van de docenten het niveau van zowel het KB-examen (Kaderberoepsgerichte Leerweg) als het GL/TL-examen (Gemengde Leerweg/Theoretische Leerweg) te laag vond. Een vraag die bij veel examenbesprekingen aan de orde kwam, was in hoeverre dit te wijten is aan de wisseling van de domeinen (in 2003 meetkunde, in 2004 statistiek). Over het correctievoorschrift was men in het algemeen tevreden. Ook de leesbaarheid en de omvang van het examen werden goed bevonden. In tabel 6 en tabel 7 staan de diverse p'-waarden en de maximumscores van de vragen uit het GL/TL- en het KB-examen.

### VMBO GL/TL

Er was vrij veel kritiek op de instapopgave, *Achtvlak-dobbelstenen*, bij het GL/TL-examen (zie figuur 2). Uit de gegevens in de tabel blijkt dit ook de lastigste opgave uit het examen te zijn. Vooral de vragen 3, 4 en 5, waar leerlingen verschillende verwachtingswaarden moesten uitrekenen, werden moeilijk

gevonden. Vraag 4 was de moeilijkste vraag uit het examen. Zelfs de leerlingen met de hoogste scores op het gehele examen scoorden hier maar gemiddeld 39% van de totale 4 punten. Vraag 5 was een mooie discriminerende vraag. De laagst scorende leerlingen op het examen uit de steekproef scoorden gemiddeld 9% van de totale 5 punten, terwijl de hoogst scorende leerlingen uit de steekproef 72% haalden.

In de opgave *Reis vanuit Londen* moesten de leerlingen gegevens aflezen uit een grafiek en vervolgens zelf een soortgelijke grafiek tekenen. Deze opgave kwam uiteindelijk als gemakkelijkste opgave uit de bus. Ook bij de opgaven *Appelland* (procentberekeningen en cirkeldiagram) en *Hartslagfrequentie* (lineaire formules) scoorden de leerlingen goed.

De opgave *Geluid van windmolens* ging over een exponentiële formule. Leerlingen bleken erg veel moeite te hebben met het afleiden van de procentuele afname uit de formule (vraag 20). Maar liefst 71% van de leerlingen scoorde hier 0 punten. Vraag 24 was als instapvraag bij de opgave *Reünie* bedoeld. Veel leerlingen gingen echter in de fout bij het tekenen van de graaf en 5% van de leerlingen sloeg deze vraag helemaal over.

### VMBO KB

De moeilijkste vraag uit het KB-examen was vraag 9 van de opgave *Dobbelstenen*: 88% van de leerlingen uit de steekproef wist hier geen enkel punt te behalen. Deze vraag ging over de verwachtingswaarde en is vergelijkbaar met vraag 4 uit het GL/TL-examen, waar leerlingen ook laag op scoorden.

De leerlingen scoorden, evenals de leerlingen van het GL/TL-examen, goed op de algebracontexten *Hartslagfrequentie* en *Reis vanuit Londen*.

De overlapopgave *Appelland* bleek het moeilijkst te zijn voor de KB-leerlingen (zie figuur 3). Het tekenen van een cirkeldiagram (vraag 16) en het combineren van meerdere gegevens om een bewering te verklaren (vraag 17) was voor veel leerlingen een probleem. De vragen waren beide wel mooi discriminerend. De hoogst scorende leerlingen op het gehele examen scoorden hier ook goed. Vraag 16 en 17 hadden bij deze groep een p'-waarde van respectievelijk 61 en 58. Leerlingen hadden daarentegen weinig moeite met het omgekeerd evenredige verband uit *Wintertennis*. Deze opgave bleek de best gemaakte opgave uit het examen te zijn. Dit was ook wat de examenmakers voor ogen hadden, aangezien deze opgave geen overlap met het GL/TL-examen heeft.

Voor *Reünie* geldt hetzelfde als bij het GL/TL-examen: het tekenen van een graaf was een te lastige instap-vraag (vraag 22). Van de steekproef sloeg 4,6% deze vraag over.

### Vergelijking met voorgaande jaren

Bij het GL/TL-examen besloot de CEVO tot  $N = 0,5$ . Dit betekent voor de steekproef een gemiddelde van 6,3 en 25% onvoldoendes. Daarmee is het percentage onvoldoendes bij dit examen gelijk aan vorig jaar. Bij het KB-examen is ook gekozen voor  $N = 0,5$ , de ondergrens van de bandbreedte. Dit komt neer op een gemiddelde van 6,5 en 18% onvoldoendes. Bij het KB-

examen van vorig jaar scoorde 30% onvoldoende. Een groot verschil dus (zie ook tabel 8).

En in hoeverre ligt dit nu aan de wisseling van de domeinen? Bij het GL/TL-examen is er nauwelijks verschil tussen de scores van de meetkundeopgaven in het CE 2003 en die van de statistiekopgaven in het CE 2004. De lastige instapvraag, *Achtvlakdobbelstenen*, zorgt bij dit examen voor een minder hoge score op het statistiekgedeelte. Bij het KB-examen echter is wel een groot verschil in p'-waarden bij de domeinen meetkunde en statistiek waar te nemen, respectievelijk 44,5 en 64,1. Om evenwicht in de examens van de verschillende jaren te krijgen zullen de examenmakers deze scores naar elkaar toe moeten zien te brengen.

## HAVO A12

[ Kees Lagerwaard ]

Er leek dit jaar toch iets bijzonders aan de hand bij havo wiskunde-A12. Bijna de helft van de docenten die de regionale besprekingen bezochten, vond het niveau van dit examen te laag. Vorig jaar was men redelijk tevreden over het niveau. Toch zijn de scores van de kandidaten dit jaar niet hoger dan die van vorig jaar. Is de groep die examen deed, dit jaar dan zoveel zwakker dan die van vorig jaar? Of zijn de docenten inmiddels zo vertrouwd met de vernieuwde Tweede fase dat ze examens sneller aan de eenvoudige kant vinden? Overigens hadden wij als examenmakers ook een iets hogere gemiddelde score verwacht. Het aantal klachten over dit examen bij het LAKS was met zo'n 3000 vrij normaal te noemen. De discussie op de site van de NVvW was levendig.

Docenten vonden bij de examenbesprekingen in meerderheid dat er wel erg vaak een percentage werd gevraagd, waardoor het examen wat eenzijdig werd. Men was positief over de helderheid van het correctievoorschrift. Kandidaten worden hierdoor op uniforme wijze beoordeeld en meningsverschillen tussen eerste en tweede corrector worden tot een minimum beperkt. Helaas waren we wat te ver doorgeschoten in de nauwkeurigheidseis bij het aflezen van het eerste diagram. Hierdoor werd kandidaten die 430.000 hadden gevonden in vraag 1 ten onrechte een scorepunt onthouden. Door de N-term te verhogen tot 1,1 heeft de CEVO in feite dat punt aan iedereen geschonken, zodat per saldo niemand werd gedupeerd. Bij deze N-term heeft 29% van de kandidaten geen voldoende en is het gemiddelde CSE-cijfer 6,2. Dat percentage onvoldoendes hadden we vorig jaar ook. Vergeleken met de jaren '90, toen het percentage onvoldoendes bij wiskunde-A havo oude stijl gemiddeld 23 was, is dat vrij hoog. Er zijn vrijwel geen kandidaten uit de N-profielen die examen doen in wiskunde-A12. Uit de ingestuurde gegevens lezen we ook af dat zo'n 5% van de kandidaten uit het profiel C&M komt. In tegenstelling tot voorgaande jaren scoren die kandidaten iets hoger dan de E&M-leerlingen. Een wonderlijk resultaat dat wellicht wordt veroorzaakt door onvolledige of zelfs onjuiste gegevens. Van de 2125 kandidaten van wie wij de gegevens kregen toegestuurd, was van meer dan

ACHTVLAKDOBBELSTENEN



Roy gooit één keer met twee achthoekdobbelstenen, een rode en een blauwe. Dit noemt hij een worp. Daarna telt hij de getallen van de bovenliggende vlakken bij elkaar op. In de situatie op bovenstaande foto heeft hij in één worp bij elkaar tien gegooid. De acht vlakken met de getallen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 en 8 hebben ieder evenveel kans om boven te komen.

- 3p ○ 1 Roy kan op vier verschillende manieren in één worp bij elkaar vijf gooien. → Schrijf deze vier manieren op.

Roy en Bas besluiten een spel te gaan spelen. Ze noemen het: "Wie het hoogste getal gooit". Roy gooit met de rode achthoekdobbelsteen en Bas met de blauwe. Wie het hoogste getal gooit, wint. Bij gelijke getallen wint niemand.

- 4p ○ 4 Ze spelen het spel 480 keer. → Hoeveel keer verwacht je dat Bas zal winnen? Leg uit hoe je aan je antwoord bent gekomen. Je mag het rooster in de uitwerkbijlage bij vraag 4 gebruiken.

APPELLAND



In Nederland worden veel verschillende soorten appels gegeten. In de tabel hieronder zie je de appel top-6 van de meest gekochte appelsoorten in 1994 en 1999.

De appel top-6 In kilogram per huishouden per jaar		
	1994	1999
1. Elstar	10,6	8,9
2. Jonagold	5,7	5,8
3. Granny Smith	3,4	2,9
4. Golden Delicious	3,9	2,8
5. Goudreinette	2,5	2,0
6. Cox's Orange Pippin	1,5	1,1
Overige appelsoorten	...	3,5
<b>Totaal</b>	<b>34</b>	<b>27</b>

- 3p ○ 14 → Bereken hoeveel kilogram er aan overige appelsoorten in 1994 per huishouden per jaar gekocht werd. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.
- 4p ○ 16 In de uitwerkbijlage bij vraag 16 is een deel van het cirkeldiagram voor het jaar 1999 getekend. De sectoren van Elstar en Jonagold zijn nog niet getekend. → Teken de ontbrekende sectoren in het cirkeldiagram in de uitwerkbijlage. Laat met een berekening zien hoe je aan de grootte van de getekende sectoren komt.
- 4p ○ 17 In 1994 zaten er in één kilogram gemiddeld 4,6 appels. Een huishouden bestond in 1994 gemiddeld uit 2,4 personen. De appelteilers in Nederland beweerden toen dat dit erop neerkwam dat er meer dan één appel gekocht werd per persoon per week. → Laat met een berekening zien dat de appelteilers gelijk hadden.

300 kandidaten helemaal geen profiel aangegeven. Misschien zijn de wel ingestuurde gegevens op dat punt niet helemaal betrouwbaar.

De startopgave, *Vermogens van huishoudens*, werd redelijk goed gemaakt (voor de opgave zie figuur 1 op pag. 24).

In de opgave *Balpenen* werden eerst wat standaardvragen gesteld over opbrengst- en kostenfuncties. Voor de veiligheid hebben we de winstfunctie gegeven voordat we vragen gingen stellen over de afgeleide ervan. De laatste vraag vereiste een interpretatie van de betekenis van de afgeleide en was een van de moeilijkste van dit examen ( $p' = 27$ ).

*Franse Bank* was een context over kans en verwachting. De scores waren vrij laag, wat niet ongebruikelijk is bij kansvragen. Vraag 11 was de moeilijkste vraag van het examen met  $p' = 19$ .

In *Goudvissen* viel op dat het opstellen van een lineair verband op basis van een tabel voor velen te moeilijk was. Maar liefst 47% van de kandidaten scoorde hier geen enkel punt (zie figuur 4).

In de opgave *Rozen in de kas* werd drie keer een percentage gevraagd. In de eerste vraag moest dat op basis van een cirkeldiagram en groeigegevens. In vraag 17 waren aflezingen uit een grafiek nodig, terwijl het derde percentage uit een normale verdeling moest worden afgeleid. Alle drie vragen scoorden behoorlijk. De laatste opgave, *Vierkeuzetoetsen*, werd nog iets beter gemaakt. Dat is ook een aanwijzing dat het examen niet te omvangrijk was: leerlingen hadden kennelijk nog tijd en energie over. De laatste vraag was de op één na gemakkelijkste vraag van het examen ( $p' = 75$  en slechts 7% van de kandidaten kreeg score 0).

HAVO B  
[ Harm Boertien ]

De reacties op de examens havo wiskunde B1 en B12 waren dit jaar niet ongunstig. Bij beide examens waren de resultaten ongeveer zoals men zou mogen verwachten. De indrukken uit de regionale examenbesprekingen geven een idee hoe de examens inhoudelijk zijn gevallen: het B1-examen gemakkelijk, het B12-examen iets langer dan gemiddeld. De psychometrische resultaten geven weer hoe de leerlingen er feitelijk op scoorden. Zoals gebruikelijk scoorden de B12-kandidaten op overlapopgaven beter dan de B1-kandidaten. Het B1-examen werd bij de regionale examenbesprekingen redelijk positief ontvangen en het examen B12 gewoonweg positief. Docenten vonden dat het niveau van B1 wel iets hoger mocht zijn, terwijl het niveau van B12 goed werd gevonden. Het B12-examen werd ook leuker gevonden dan het B1-examen. Een reden hiervoor kan zijn dat in het B12-examen zuivere wiskunde een wat grotere rol speelt dan in het B1-examen en dat docenten vinden dat contexten in deze examens wel een wat kleinere rol zouden mogen spelen. 'Graag iets meer wiskunde en minder taal', was de boodschap.

Naast deze algemene indruk zijn er ook meer specifieke aandachtspunten genoemd.

Docenten ervoeren het bij de correctie als een probleem dat de vragen (voor hen) niet altijd eenduidig waren. Zo was het bijvoorbeeld voor diverse docenten onduidelijk wat een juiste vorm voor een toenamen-diagram was. In het correctievoorschrift werden bij de opgave *Zeehonden* twee gangbare vormen gegeven. Andere docenten gaven aan dat het bij sommige opdrachten (bijvoorbeeld bij 'bereken') niet altijd duidelijk is wanneer een exact en wanneer een niet exact antwoord gegeven mag/moet worden. Verder was er de vraag wanneer algebraïsche oplossingsmethoden zijn toegestaan, en wanneer dit nodig is. Het nomenclatuurrapport geeft hierover evenwel voldoende uitsluitel. Een onduidelijkheid van geheel andere soort betreft de vorm van het eindantwoord. In hoeverre moet men hier (voor de hand liggende) herleidingen eisen? Zijn bijvoorbeeld antwoorden als  $x = -(e^2 - 4)$  en  $x = \ln(e^2)$  toelaatbaar?

Ook de manier waarop eindresultaten gevraagd worden (eenheden en afronding) kan verbeterd worden. Over het vaak niet precies aangeven op welk aantal decimalen afgerond moet worden, zijn de meningen echter verdeeld. Enerzijds voorkomt het open laten van de afronding dat leerlingen daar punten verliezen. Anderzijds is het onduidelijk hoever de leerling mag gaan bij het afronden.

Algemeen geldt natuurlijk dat wat niet gevraagd wordt, ook niet vereist kan worden. En als regel is elke wiskundig verantwoorde oplossingsmethode toegestaan, exact of met voldoende nauwkeurige approximatie, tenzij anders wordt gevraagd. Dit geeft uiteraard niet in alle gevallen uitsluitel. Zelfs de jurisprudentie die in de loop der eeuwen is ontstaan over geschikte notatie van wiskundige uitkomsten, bewerkingen en redeneringen blijkt niet altijd een antwoord te geven. Tijden veranderen echter en veel leerlingen kennen die conventies niet meer. Het is goed te zien welke algemeen aanvaarde nieuwe regels hierbij gehanteerd kunnen worden.

Naast deze algemene opmerkingen zijn er per opgave natuurlijk zo nu en dan ook kanttekeningen geplaatst. Die komen in de bespreking van de opgaven hieronder aan de orde.

### HAVO B1

Van 1869 kandidaten zijn de scores ontvangen. Deze waren als volgt over de profielen verdeeld: C&M: 3; E&M: 59; N&G: 1545; N&T: 1 (fout ingevuld). Het examen bestond uit drie opgaven over analyse en twee opgaven over kansrekening en statistiek; één opgave ging deels over statistiek en deels over analyse. De opgaven over analyse ( $p'_{\text{gem}} = 61$ ) scoorden iets beter dan die over kansrekening en statistiek ( $p'_{\text{gem}} = 58$ ). Het vorig jaar waren de opgaven over kansrekening juist beter gemaakt dan de analyseopgaven.

De eerste opgave, *Kogelstoten*, ging over scores bij kogelstoten. Deze opgave werd niet moeilijk gevonden en was een goede startopgave: gemiddeld behaalden de leerlingen ongeveer 80% van de maximale score (14 punten); zie ook tabel 10.

De opgave *Geluidssnelheid* ging over een wortel-

functie. Leerlingen scoorden goed op de eerste en wat slechter op de laatste vraag. In totaal echter was de score redelijk. De laatste vraag ging met name over het kunnen voorzien van een model. Veel docenten vonden het correctievoorschrift te streng. Volgens hen hoeft een zeer slechte modelvorming (factor 0,90 vergeten) niet te betekenen, dat voor wiskundig juist uitgevoerde bewerkingen geen punten gegeven kunnen worden.

Over de toch goed scorende kansopgave *Afrikaans spelletje* waren de meningen ook enigszins verdeeld. Misschien dat bij de laatste, moeilijkste vraag de lage score deels veroorzaakt werd door de wat ingewikkelde formulering.

Opvallend is dat er bij de moeilijkste (analyse)opgave in dit examen, *Raken*, geen aanmerkingen waren. Men vindt het terecht dat in een B-examen ook 'zuivere wiskunde' aandacht krijgt. Deze opgave zou het oordeel 'moeilijk en mooi' kunnen krijgen en is in zijn geheel hier weergegeven (zie figuur 5).

Bij de opgave *Zeehonden* waren de eerste twee vragen moeilijk in verhouding met de latere vragen. Wellicht dat de onbekendheid met het begrip 'toenamen-diagram' een rol speelde (zie hiervoor). Ook de formulering van 'afstanden in de tijd' kan problemen opgeleverd hebben.

De opgave *Amerikaanse presidentsverkiezingen* over kansrekening werd nogal moeilijk gevonden. De vragen waren redelijk open. Docenten merkten op dat 'leerlingen niet goed in staat zijn een waterdichte formulering aan het papier toe te vertrouwen', waardoor het corrigeren soms moeilijk wordt. Ook kan er verwarring ontstaan bij de term '50%'. Soms werd deze geïnterpreteerd als '50% van aantallen' en soms als 'een kans van 50%'. Het kunnen onderscheiden van werkelijkheid en model leidde kortom in bepaalde gevallen tot problemen.

### HAVO B12

Van 1814 kandidaten zijn de scores ontvangen. Deze waren als volgt over de profielen verdeeld:

C&M: 3; E&M: 24; N&G: 76; N&T: 1483.

Het examen bevatte 6 vragen over meetkunde en 15 vragen over analyse. De vragen over meetkunde ( $p'_{\text{gem}} = 54$ ) zijn gemiddeld iets slechter gemaakt dan de vragen over analyse ( $p'_{\text{gem}} = 58$ ). Leerlingen hebben volgens docenten niet zo'n grote vaardigheid in het vlot kunnen maken van tekeningen.

De opgave *Kogelstoten*, waarop de B1-leerlingen goed scoorden, was ook voor de B12-populatie een gemakkelijke opgave (zie ook tabel 11).

De opgave *Trein* daarentegen was moeilijker, waarschijnlijk omdat hij betrekking had op het opnieuw in het examenprogramma opduikende onderwerp periodieke functies.

De B12-leerlingen vonden de laatste vraag van de opgave *Koffiefilter* behoorlijk moeilijk. De reden is waarschijnlijk dat men daar ruimtelijk voorstellingsvermogen moet combineren met een evenredigheid om een goed antwoord te krijgen. Deze vraag is bij dit artikel weergegeven (zie figuur 6).

**Goudvissen**



Bij goudvissen doet zich een bijzonder verschijnsel voor. Een goudvis in een kleine visserkom blijft kleiner dan een goudvis die in een grote visserkom leeft. De grootste lengte  $L$  die een goudvis in een kom kan bereiken, hangt af van de hoeveelheid water in de kom. Het verband wordt beschreven met de formule:

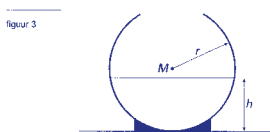
$$L = 2,6 \cdot V^{0,47}$$

Hierin is  $L$  de grootste lengte van de goudvis (in centimeter) en  $V$  de hoeveelheid water in de visserkom (in liter).

Een goudvis kan in een kom met 8 liter water een bepaalde lengte bereiken. Deze goudvis kan een grotere lengte bereiken als hij zou leven in een kom van 13 liter.

- 30 12 □ Bereken hoeveel procent langer hij dan kan worden. Rond je antwoord af op een geheel getal.

Veel goudvissen zwemmen hun rondjes in een bolvormige visserkom. De hoeveelheid water  $V$  in een bolvormige visserkom hangt af van de straal  $r$  van de bol en van de waterhoogte  $h$ . Zie figuur 3.  $M$  is het middelpunt van de bol. Tabel 4 geeft voor een aantal waarden van  $r$  en  $h$  de hoeveelheid water  $V$  in een bolvormige visserkom.



de hoeveelheid water  $V$  (in l) in een bolvormige visserkom

	straal $r$ van de bol (in cm)				
	10	15	20	25	30
5	0,65	1,05	1,44	1,83	2,23
10	2,09	3,67	5,24	6,81	8,38
15	3,53	7,07	10,60	14,14	17,67
20		10,47	16,76	23,04	29,32
25		13,09	22,91	32,73	42,54
30			28,27	42,41	56,55
35			32,07	51,31	70,56
40				58,64	83,78

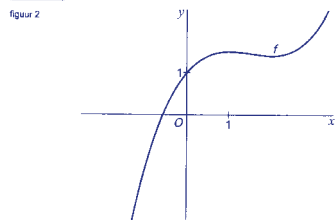
In tabel 4 staan 31 waarden van  $V$ . Slechts een klein deel hiervan heeft betrekking op half volle visserkommen. We noemen een kom half vol als hij precies tot het middelpunt  $M$  met water is gevuld.

- 30 13 □ Welke waarden van  $V$  uit tabel 4 betreffen een half volle kom met meer dan 15 liter water? Licht je antwoord toe.

**Raken**

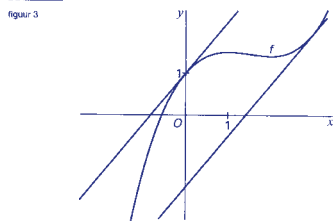
Gegeven is de functie  $f$  door  $f(x) = 0,2x^3 - 0,9x^2 + 1,2x + 1$

In figuur 2 is de grafiek van  $f$  getekend.



- 30 12 □ Hierin is te zien dat de  $y$ -coördinaten van de beide toppen niet veel verschillen. Bereken met behulp van differentiëren het verschil tussen deze  $y$ -coördinaten.

Er zijn twee lijnen met richtingscoëfficiënt 1,2 die aan de grafiek van  $f$  raken. Zie figuur 3.



- 30 13 □ Onderzoek of er ook twee lijnen zijn met richtingscoëfficiënt  $-0,1$  die aan de grafiek van  $f$  raken.

De opgave *Zeehonden* scoorde onverwacht goed, want het ging niet bepaald om een eenvoudige opgave. Bij de opgave *Logaritmische functies* bleek dat ook B12-leerlingen zuivere wiskunde moeilijk vinden. Veel docenten vonden dat in de figuren de asymptoten (met stippellijnen) aangegeven hadden moeten worden. Het examen sloot af met de opgave *Vaas*. Ook hier bleek weer hoe moeilijk leerlingen het vinden om evenredigheden in meetkundige contexten te hanteren.

**VWO A**  
[ Ger Limpens ]

In het nu volgende deel wordt aandacht besteed aan de reguliere centrale vwo-examens A1 en A12. Aan het eind van dit artikel treft u een verslag rond de gang van zaken rond het Compex-experiment bij de vwo-examens A1 en A12 aan dat dit jaar voor de tweede keer plaatsvond. Hierbij moesten kandidaten de computer inzetten.

**VWO A1**

De gemiddelde kandidaat vwo-A1 bleek, zo valt te berekenen aan de hand van de  $p$ -waarden van dit examen, dit jaar 45,9 punten te scoren. Op een totaal van 83 punten en een  $N$ -term van 1,4 leverde dit deze hypothetische kandidaat een 6,4 op. Daarmee bleek 24% van de vwo-A1-populatie een onvoldoende te scoren. Het examen vwo-A1 2004 geeft ons de mogelijkheid deze resultaten te vergelijken met de resultaten van het examen vwo A 2000 vanwege het feit dat een van de opgaven van het recente examen, te weten de opgave *Examenresultaten*, juist het examen van 2000 tot onderwerp had (zie figuur 7). Bijna een vorm van zelfreferentie, zo zou men kunnen beweren. Of het eerlijk zou zijn deze twee examens met elkaar te vergelijken is trouwens maar zeer de vraag. De A1-populatie is een populatie met een andere achtergrond dan de 'oude' A-populatie, zo zal iedere wiskunde-docent onmiddellijk beamen.

De slechtst scorende vraag van dit examen, te weten vraag 13, de laatste vraag van de opgave *Kleine ondernemers*, waarbij twee verschillende belastingverminderingssystemen met elkaar moesten worden vergeleken, zou vermoedelijk bij die oude A-populatie wat hoger gescoord hebben. Bij de A1-groep van dit jaar bleek slechts 6% van de leerlingen in staat alle punten voor deze vraag te scoren en maar liefst 65% van de leerlingen ging hier met 0 punten naar huis. De benodigde wiskunde voor deze opgave was erg eenvoudig, maar toch werd er slecht gescoord. Een vraag die tot nogal wat reacties leidde van met name docenten was vraag 5, de eerste vraag van de reeds aangestipte opgave *Examenresultaten*. Deze vraag maakte deel uit van de overlap met het A12-examen. Bij deze vraag was een cumulatieve frequentiepolygoon getekend waaruit gegevens moesten worden afgelezen. De vraag deed het op zich, zie tabel 12, niet slecht: met een  $p$ -waarde van 66 was het een vraag die door veel leerlingen goed gedaan werd. Toch was er nogal wat kritiek op deze vraag. Veel docenten vonden met name

dat de figuur op de uitwerkbijlage wel een forse slag groter gekund had. Bij nader inzien zou dit inderdaad verstandig zijn geweest. Want dan zou het ons wellicht meer zijn opgevallen dat figuur en tekst die in de opgave onder de figuur stond niet met elkaar spoorden. Bij vergroting kon geconstateerd worden dat deze grafiek getekend was op basis van de rechter klassegrenzen: alle in de figuur aangeduide percentages stonden niet pal boven de respectievelijke scores maar boven de rechtergrenzen van de bij de scores horende klassen met klassebreedte 1. Dat correct interpreterend zou opgeleverd hebben dat het percentage horend bij score 45 niet 29%, zoals de examentekst vermeldde, maar circa 31% zou moeten zijn door te kijken boven het scoregetal 45,5. Het antwoord bij vraag 5 zou dan ook beter op basis van een afgelezen waarde 79% berekend kunnen worden dan op het in het correctievoorschrift opgenomen percentage 77. Terecht vielen nogal wat docenten hierover. Omdat er een marge in het antwoordmodel was opgenomen, kon 79 zelf nog wel als correct gerekend worden maar een kennelijk ook veelvuldig afgelezen waarde van 80 was op basis van het correctievoorschrift alleen maar fout te rekenen terwijl dat, bij nader inzien, op basis van de toegestane marge en een beter afgelezen beginwaarde, acceptabel zou moeten zijn. Omdat een en ander pas ruim twee dagen na afname van het examen doordrong, was het niet meer mogelijk een veranderde richtlijn in dit kader uit te doen gaan. Voor veel docenten (en dus leerlingen) zou het wellicht al te laat zijn op straffe van een extra correctieronde. Om leerlingen echter niet de dupe hiervan te laten zijn, is besloten de N-term die in eerste instantie vastgesteld was op  $N = 1,3$  te verhogen naar  $N = 1,4$ . De leerling die afgerekend is op een aflezing van 80 krijgt dus alsnog dat ene punt erbij. Uit de analyse viel af te lezen dat circa 51% van de leerlingen met 2 van de 3 punten bij deze vraag naar huis ging. In principe kunnen dat dus allemaal kandidaten zijn die 80% aflazen, daar de onterechte korting voor ontvingen en daar later (net als alle andere kandidaten overigens) voor gecompenseerd werden.

Dat die N-term-verhoging ook daadwerkelijk heeft plaatsgevonden en niet slechts een cosmetische opmerking achteraf is, is trouwens te zien aan het feit dat de voorgenomen N-term voor het tweede tijdvak 1,3 is en dus niet 1,4. In principe volgt de tweede-tijdvak-N-term die van het eerste tijdvak behalve in gevallen als deze.

Verder moet geconstateerd worden dat veel docenten opmerkten dat het examen aan de lange kant was. Deze conclusie is, voor alle duidelijkheid, niet eenduidig te verifiëren aan de hand van de gegevens uit de versnelde correctie. De Citogroep vraagt aan alle docenten bij iedere vraag verschil te maken tussen een score 0 en 'geen score'. Een vraag die door veel kandidaten niet gemaakt is, is daarmee, zo is de hoop, te identificeren. Uit de analyse blijkt echter niet een structureel oplopen van niet-gemaakte vragen aan het einde van het examen. We zijn ons er van bewust dat leerlingen een examen niet altijd van voor naar achter maken, waardoor het niet vanzelfsprekend is dat een te

lang examen getypeerd wordt door relatief veel 'geen score' bij de laatste vragen. Dit neemt niet weg dat we als examenmakers deze opmerking, zie ook het vwo A12-examen, serieus zullen nemen.

## VWO A12

De gemiddelde p'-waarde van het vwo-A12-examen was dit jaar 50,8. Dit levert, uitgaande van een maximale score van 87, een gemiddelde score voor dit examen van 44,2. Bij  $N = 1,0$  zou dit geleid hebben tot een gemiddeld cijfer van 5,6 en een percentage onvoldoendes van 48. Ongetwijfeld zouden dergelijke getallen de examenmakers niet in dank afgenomen zijn. De uiteindelijk gekozen N-term van 1,5 leidde in ieder geval tot een wat 'aangenamer' percentage onvoldoendes: 32%. Een percentage dat iets meer overeenkomt met het percentage voor wiskunde A12: vanaf 2001 kunnen daarvoor de volgende percentages genoteerd worden: 25%, 29%, 38%, 32%. Een schommelend beeld, dat is duidelijk, maar ook is duidelijk dat de genoemde 48% niet voor de hand zou liggen in dit rijtje. Ongetwijfeld betekent dit dat het examen moeilijker was dan de makers voor ogen stond. Dat valt ook af te lezen aan het feit dat maar liefst 3 vragen van een p'-waarde onder 20 voorzien bleken te worden: vraag 4 met  $p' = 14$ ; vraag 12 met  $p' = 18$  en vraag 21 met  $p' = 19$ . De vragen 7 en 16 met p'-waarden van 23 en 22 waren ook al geen vragen die eenvoudig bleken.

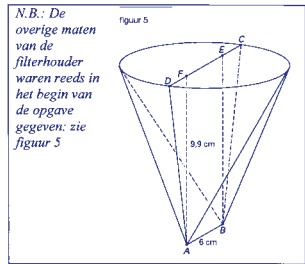
Vraag 1 van dit examen was gelijk aan vraag 5 van wiskunde A1. Vanwege de discrepantie tussen tekening en tekst (zie de opmerkingen bij wiskunde A1), vond ook bij deze vraag een aanpassing van de N-term plaats die niet terug te vinden is in de N-term van het tweede tijdvak: de gedachte N-term van 1,4 werd aangepast en vervangen door een N-term van 1,5. Ten aanzien van vraag 4, de hypothesetoets in de opgave *Examenresultaten*, merkte deze en gene op dat de percentages die hier met elkaar vergeleken moesten worden zo exorbitant van elkaar verschilden dat een onderzoek als het beoogde absoluut niet voor de hand lag. Dat neemt echter, in de ogen van de makers althans, niet weg dat een veronderstelling over het al dan niet afwijken van twee verschillende populaties leerlingen getoetst kan (en hier, gezien de vraag, moet) worden door een eenzijdige hypothesetoets.

Vraag 7, het opstellen van de gegeven formule voor de winst bij het voorraadprobleem van *Autobanden*, bleek lastig. Uiteraard was dit niet echt onverwacht: zo langzamerhand is wel duidelijk dat veel A12-leerlingen grote moeite hebben met dit aspect van de wiskunde. Meer dan de helft van de kandidaten bleek hier geen enkel punt te scoren.

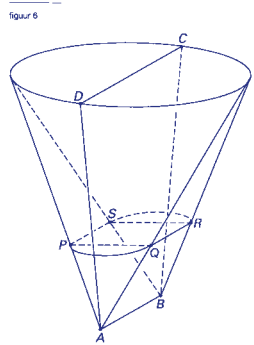
De laatste vraag van *Bevolkingsgroei*, vraag 12, was ook voor veel leerlingen te lastig (zie figuur 8). Maar liefst 69% van de kandidaten bleef hier volledig in gebreke. Uit de analyse van niet-gescoorde vragen bleek dat meer dan 6,5% van de kandidaten vermoedelijk niet eens een poging gewaagd heeft hier iets over op te schrijven. In dit opzicht was deze vraag de kampioen van dit examen. Dit is wellicht wel

**Koffiefilter en koffiefilterhouder**

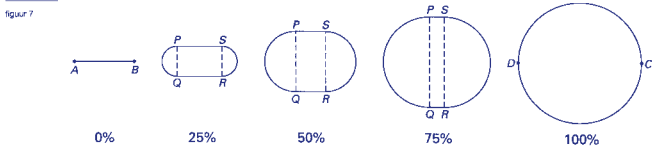
In figuur 6 is op een bepaalde hoogte de dwarsdoorsnede van de koffiefilterhouder getekend. Deze dwarsdoorsnede is een figuur die bestaat uit een rechthoek PQRS en twee halve cirkels met middellijnen PQ en RS. We nemen aan dat CD exact gelijk is aan 13 cm.



N.B.: De overige maten van de filterhouder waren reeds in het begin van de opgave gegeven; zie figuur 5



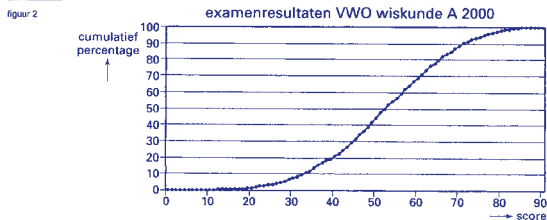
In figuur 7 zijn (op schaal) parallelle doorsneden getekend van de houder op 0%, 25%, 50%, 75% en 100% van de hoogte.



66 11 □ Bereken de oppervlakte van de dwarsdoorsnede op eenderde deel van de hoogte. Geef je antwoord in  $\text{cm}^2$ .

**Examenresultaten**

Voor de invoering van de tweede fase bestonden de vakken wiskunde A en wiskunde B. In 2000 werden deze vakken voor het laatst op alle VWO-scholen geëxamineerd. Bij het Centraal Examen wiskunde A was de maximale score 90 punten. Zoals bij elk examen werden de behaalde resultaten onderzocht door middel van een grote landelijke steekproef. Van de 2255 kandidaten in de steekproef was er één met 0 punten en één met 88 punten. Niemand behaalde meer dan 88 punten. De uitkomst van de steekproef is in de vorm van een cumulatieve frequentiepolygoon weergegeven in figuur 2. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.



Uit figuur 2 blijkt bijvoorbeeld dat 29% van de kandidaten een score van 45 punten of minder behaalde.

3p 5 □ Bereken met behulp van figuur 2 hoeveel kandidaten een score hadden die hoger was dan 65.

veelzeggend: de beoogde activiteit blonk niet uit door ingewikkelde wiskunde maar werd eerder gekenschetst door inzicht in het verstandig gebruik van een gegeven discreet model: door een blikwisseling kun je met de betreffende betrekking ook terugrekenen. Voor veel leerlingen jammer genoeg een brug te ver...

Ook bij *Orkanen* zat het venijn in de staart. Bij de laatste vraag moest een onderzoek naar een tweetal parameters in een gegeven bouwschema uitgevoerd worden waarbij de formules beschreven door het bouwschema aan zekere voorwaarden moest voldoen. Gezien de reacties van een enkele docent moeten er leerlingen (of docenten...) geweest zijn die op eigen gelegenheid de variabele  $t$  van een ander domein dan het indirect vermelde voorzagen en daarmee op een tegenspraak in de gegevens van de vraag zelf uitkwamen. Het antwoordmodel voorzag in een aanpak van het trial-and-error-kaliber maar niet in een abstract analytische aanpak. Daarover is, zover we weten althans, niet of nauwelijks geklaagd wat ons sterkt in het vermoeden dat deze aanpak niet gemist is door correctoren.

Vraag 21, de laatste vraag van de opgave *Vierkeuzevragen* en tevens van het A12-examen, was een vraag waarbij een tweetal aanpakken bij de beantwoording van een alternatieve vorm van meerkeuzetoetsing met elkaar vergeleken moesten worden. Ook hier viel te constateren dat het overgrote deel van de leerlingen niet in staat bleek tot het scoren van het eerste punt: 63% verdiende geen punt met deze vraag. De moeilijkheidsgraad van deze vraag was voor de examenmakers onverwacht hoog. De berekening van de score van leerling Tom (de eerste hobbel die genomen moest worden bij de beantwoording van deze vraag) was in wezen – maar wel in een concreet geval – al eerder gevraagd bij deze opgave. We verwachtten dan ook dat dit hier relatief probleemloos zou verlopen. De werkelijkheid bleek echter anders. Of dit een gevolg is geweest van de ook hier geconstateerde (te?) grote hoeveelheid aan vragen is ook bij dit examen een vraag. Wel is zeker dat docenten hier in nog grotere mate dan bij vwo-A1 aangaven dit examen als te tijdrovend te ervaren. Of een aangepaste N-term in staat is dit mogelijke euvel te repareren, is onzeker. Ook hier, zo is de les voor de examenmakers, heeft de hoeveelheid in de toekomst onze extra aandacht.

**Overlap VWO A1/A12**

Van de 83 respectievelijk 87 punten van vwo A1 respectievelijk vwo A12 hadden 30 punten betrekking op de overlap tussen beide examens. Dat is, afhankelijk van het uitgangspunt, ruim of bijna 35% van de maximumscore. Uit tabel 14 valt op te maken dat de gemiddelde  $p'$ -waarde van de A1-leerlingen op de overlap 53 was terwijl de A12-leerling op de overlap gemiddeld met  $p' = 61$  naar huis ging. Men zou kunnen zeggen dat dit verschil in  $p'$ -waarde ook het verschil in vaardigheid van de twee populaties leerlingen beschrijft. Uit de enquêtes van de regionale besprekingen bleek in ieder geval dat de meerderheid van docenten die kennis



genomen had van beide examens het niveauverschil tussen beide examens als goed kenschetste. Uit de gegevens blijkt dat ieder van de overlapvragen door de A12-leerling iets of substantieel beter gemaakt werd dan door de A1-leerling. Het verschil in vaardigheid is wellicht het beste te zien bij vraag 16 van het A1-examen (17 van A12). Dat was de vraag waarbij de verwachtingswaarde voor de score van de gokkende leerling bij een meerkeuze-vraag met strafpunten berekend moest worden. Het verschil in scoregedrag van A1 versus A12 vinden we terug bij de leerlingen die 0 respectievelijk 3 punten voor deze vraag kregen. Bij A1 behaalde 41% geen enkel punt versus 28% puntloze kandidaten bij A12. En 37% van de A1-kandidaten haalde het maximum bij deze vraag daar waar er 54% van de A12-kandidaten met het volle pond huiswaarts keerde.

Waar het overlapvragen betreft die voornamelijk reproductieve aspecten bevatten en dus routine-activiteiten plegen te toetsen, is het verschil in vaardigheid tussen A1 en A12, zo lijkt het in ieder geval, niet zo groot. Het aflezen uit een grafiek (vraag 5 van A1), het tekenen van een boxplot (vraag 6 van A1) en het uitvoeren van een berekening met een nagenoeg gegeven formule (vraag 16 van A1) vallen in deze categorie. Een vraag als vraag 7 van A1 waarbij een uitspraak gedaan moet worden over de standaardafwijking van een normale verdeling op een wat ongebruikelijke wijze valt duidelijk onder de minder routinematige activiteiten en levert dan ook prompt een wat groter vaardigheidsverschil tussen beide groepen op.

## VWO B

[ Edward van Kervel ]

De vwo-B-examens zijn dit jaar redelijk positief ontvangen door de verschillende categorieën direct betrokkenen.

De *docenten* die de regionale examenbesprekingen van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren bezochten, werd traditiegetrouw een aantal driekeuzevragen voorgelegd. Uit deze enquête bleek dat het niveau van het B1-examen door 36% als te laag, door 64% als goed en door 0% als te hoog werd gekwalificeerd. Voor het B12-examen waren deze percentages respectievelijk 11, 80 en 9. Vorig jaar waren deze percentages respectievelijk 4, 56, 40 bij B1 en 41, 58, 1 bij B12.

De *CEVO* bepaalde de N-term voor B1 op 0,8. Dit bracht het gemiddelde cijfer voor dit vak op 6,1 en het percentage onvoldoendes op 29. Voor B12 werd besloten tot  $N = 1,2$  met gemiddeld cijfer 6,5 en 26% onvoldoendes. In de korte historie van B1 en B12 (en in de langere historie van B-oude stijl) zijn dit getallen die niet ontevreden stemmen.

De *kandidaten* lieten hun positieve oordeel ook niet rechtstreeks weten; wij kunnen dit slechts voorzichtig veronderstellen op grond van het feit dat zij voor beide examens (in de steekproef) een gemiddelde p'-waarde van 59 wisten te realiseren.

Onder de 'direct betrokkenen' rekenen wij tenslotte nadrukkelijk *niet* de universitaire deskundigen, die hun

onbekendheid met de huidige onderwijspraktijk op verschillende sites openlijk en pijnlijk etaleerden.

Het verschil in niveau tussen het B1-examen en het B12-examen werd door ruim 80% van de docenten in de enquête als 'goed' bestempeld. Dit oordeel is consistent met de vastgestelde N-termen en met de steekproefanalyse van de vragen die in beide examens voorkwamen (de vragen 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13 en 14 van het B1-examen).

Dit jaar namen we afscheid van het vak wiskunde-B-oude stijl. Voor dit vak werd de N-term evenals vorig jaar vastgesteld op 1,0. Hoewel afnamegegevens hier ontbreken, kan op grond van waarnemingen van enkele correctoren redelijkerwijs vermoed worden dat de kandidaten voor dit allerlaatste examen een zeer kleine, heterogene populatie vormden, aan wier prestaties door deze N-term echter geen onrecht gedaan zal zijn.

### VWO B1

In **tabel 15** staan de maximumscores en de p'-waarden voor de vragen van het B1-examen.

De opgave *Machten van een derdegraadsfunctie* voldeed ruimschoots aan de verwachtingen: geen enkele opgave vertoonde een hogere gemiddelde score. De keuze van deze startopgave was volgens 88% van de respondenten goed.

Bij de opgave *Grondprijs* is getracht 'thematisch' toe te werken naar een integraal. De 'dip' bij vraag 6 verraadt dat dit door de kandidaten niet als zodanig werd ervaren. De opgave als geheel scoort heel behoorlijk, maar kennelijk wordt het sommeren van een rij als voorbereiding op het echte integreren door veel leerlingen (en wellicht een enkele docent...) tegenwoordig als een lastige omweg beschouwd: 42% van de kandidaten behaalde hier 0 scorepunten.

Ook de opgave *Krasloten* scoorde hoog, een niet-alledaags resultaat voor een opgave uit het domein Kansrekening en Statistiek. Vraag 9 was één van de drie vragen die discussie opriepen, met name onder docenten. Vragen over verwachtingswaarde binnen een realistische context moeten vanzelfsprekend extra zorgvuldig geformuleerd worden. Alhoewel de intentie van de vraag volgens de examenmakers voldoende duidelijk was, waren sommigen van mening dat het antwoord 274 hier niet fout gerekend zou hoeven te worden; een enkeling ging zelfs zo ver, dit antwoord te prefereren. De praktijk heeft uitgewezen dat de beoogde interpretatie voor de kandidaten over het algemeen geen probleem opleverde.

De opgave *Een verzameling functies* scoorde als geheel het laagst bij dit examen, alhoewel geen enkele vraag echt uit de boot viel (zie **figuur 9**). Ook in voorgaande jaren bleek goniometrie lastig voor de B1-groep. De opstellers waren verheugd dat de onderzoeksvraag 11 een plaats kon krijgen in dit examen. Het manipuleren met formules in vraag 13 bleef dit keer beperkt in vergelijking met eerdere examens. De formulering van vraag 14 gaf aanleiding tot commentaar van enkele docenten: vormen drie gebieden die onderling slechts

## Bevolkingsgroei

De wereldbevolking neemt nog steeds toe, maar groeit niet in ieder werelddeel even hard.

Onlangs stelde iemand het volgende model op om een ruwe schatting van de toekomstige wereldbevolking te maken:

$$B_n = B_{n-1} + 0,3B_{n-1} \left( 1 - \frac{B_{n-1}}{10,9} \right) \text{ met } B_0 = 6,1.$$

Hierin is  $B_n$  de wereldbevolking in miljarden mensen en  $n$  het aantal eenheden van 10 jaar na 2000. Dus  $B_0$  is de wereldbevolking in 2000,  $B_1$  de wereldbevolking in 2010, enzovoort. De volgende vragen hebben betrekking op dit model.

Volgens dit model zal de wereldbevolking op de lange duur een grenswaarde bereiken.

- 3p 11  Teken de eerste drie stappen (dus van  $B_0$  tot en met  $B_3$ ) van de webgrafiek in de bijbehorende figuur op de uitwerkbijlage. Licht je werkwijze toe.

Of het model de toekomstige ontwikkeling redelijk beschrijft, moeten we nog afwachten. Wel kunnen we controleren of het model in overeenstemming is met de ontwikkeling vóór 2000. Zo is te berekenen hoe groot volgens de formule voor  $B_n$  de wereldbevolking in 1990 was.

- 4p 12  Voer deze berekening uit.

## Een verzameling functies

Op het domein  $[0, 2\pi]$  zijn gegeven de functies:

$$f_n(x) = 1 + \sin^2 x + \cos nx \text{ waarbij } n \text{ een positief geheel getal is.}$$

Als je de grafiek van  $f_2$  door de GR laat tekenen, lijkt deze op een sinusoïde. Er geldt inderdaad  $f_2(x) = a + b \sin c(x - d)$ .

- 6p 11  Geef een mogelijke combinatie van waarden voor  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$ . Licht je antwoord toe.

De grafiek van  $f_n$  gaat voor bepaalde waarden van  $n$  door het punt  $(\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{4})$ .

- 4p 12  Onderzoek voor welke waarden van  $n$  tussen 0 en 50 dit geldt.

$$f_4(x) \text{ is te schrijven als } f_4(x) = 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + \cos 4x.$$

- 3p 13  Toon aan dat dit juist is.

Gegeven is de rechthoek  $OABC$  met  $A(2\pi, 0)$  en  $C(0, 3)$ . De grafiek van  $f_4$  verdeelt deze rechthoek in twee gebieden.

- 7p 14  Toon aan met behulp van integreren dat deze twee gebieden exact dezelfde oppervlakte hebben.

verbonden zijn via een draadje met dikte nul wel één gebied? De formulering is inderdaad onbedoeld scherper dan de situatie toelaat. De inschatting dat kandidaten hier 'gewoon' deden wat er van hen verwacht werd, is door de analyse van de steekproef echter niet weersproken.

Bij de opgave *Munten* springt de extreem lage score van vraag 17 in het oog. Ook over deze vraag zijn diverse kritische opmerkingen geplaatst.

Toetsdeskundigen zouden deze vraag wellicht als 'mislukt' kunnen bestempelen, maar dat geldt evenzeer voor de extreem goed scorende vragen 1, 2, 4, 5 en 15. De redactie van de vragen 16 en 17 verdient overigens bepaald niet de schoonheidsprijs en dus is er voor de examenmakers ook hier iets te leren.

De opgave *Het menselijk oog* fungeerde als hekkensluit, een weinig begerenswaardige positie. Naar omstandigheden heeft deze opgave het er zelfs redelijk van afgebracht

## VWO B12

In tabel 16 staan de maximumscores en de p'-waarden voor de vragen van het B12-examen.

Op de gemeenschappelijke vragen van het B1-examen en het B12-examen scoorde de B12-populatie, zoals verwacht mocht worden, beduidend hoger dan de B1-populatie. De profielspecifieke opgaven *Cirkel met lijnen*, *Ingesloten* en *Ellipsen in een vierkant* werden duidelijk als lastiger ervaren. Om onnodig tijdverlies te voorkomen zijn deze opgaven niet vooraan geplaatst.

Bij dit examen vond 84% van de ondervraagde docenten de keuze van het startvraagstuk, *Machten van een derdegraadsfunctie*, goed. De doelgroep kon op deze opgave vrij eenvoudig een flinke score behalen. In het B12-examen is meestal slechts plaats voor één opgave uit het domein Kansrekening en Statistiek. Zoals tot nu toe te doen gebruikelijk was dit een opgave die ook in het B1-examen voorkwam; ook dit jaar werd deze opgave door de B12-populatie beter gemaakt dan door de B1-populatie.

De gonio-opgave *Een verzameling functies* werd -zoals verwacht- behoorlijk gemaakt.

De inschatting dat *Cirkel met lijnen* minder lastig gevonden zou worden dan *Ellipsen in een vierkant* is door de feiten niet gestaafd; de kegelsneden deden het deze keer iets beter dan de hoeken en afstanden. Opgaven uit het domein Voortgezette Meetkunde hebben vaak de naam, 'alles-of-niets-opgaven' te zijn. Uit de steekproef blijkt dat de spreiding over de verschillende deelscores bij deze opgaven vergelijkbaar is met die van de overige opgaven. Een voorzichtige poging tot een verklaring zou kunnen zijn dat docenten inmiddels -hopelijk geholpen door het correctievoorschrift- goed ingespeeld zijn op het corrigeren van dergelijke vraagstukken.

Ook bij *Grondprijs* werd bevestigd dat B12-kandidaten over het algemeen beter uit de voeten kunnen met de gemeenschappelijke opgaven. Gezien de omvang van de examens kon de tweede vraag van de B1-versie van deze opgave hier niet gesteld worden.

Dit jaar werd voor de opgave uit het domein Voortgezette Analyse, *Ingesloten*, de laagste gemiddelde score behaald (zie figuur 10). Voor de onderdelen 15 en 16 scoorde meer dan de helft van de kandidaten uit de steekproef 0 punten. Uit analyse bleek dat dit nauwelijks is toe te schrijven aan tijdsdruk. Blijkbaar is de combinatie van rijen met gelijkvormigheid voor veel kandidaten een (te) nieuwe ervaring geweest.

### Algemene opmerkingen

Uit de veelheid van reacties van algemene aard noemen we er hier enkele, die wellicht voor meer docenten van belang kunnen zijn, alhoewel ze, op de eerste twee na, niet uitsluitend vwo-wiskunde-B betreffen.

- In het correctievoorschrift worden stellingen als motivatie van een redeneerstap letterlijk aangehaald zoals ze op de formulekaart zijn weergegeven, bijvoorbeeld '(hoekensom driehoek)'. Strikt genomen biedt artikel 3.8 van de Algemene regels van het correctievoorschrift de mogelijkheid om tussen haakjes geplaatste toevoegingen als optioneel, dus niet noodzakelijk, te interpreteren. Zodra het gezelschap correctoren in dezen uiteenvalt in 'rekkelijken' en 'preciezen' zal nadere regelgeving onontkoombaar zijn. Totdat het zover gekomen is lijkt het wijs om dergelijke toevoegingen in het correctievoorschrift te lezen als: deze redeneerstap dient verantwoord te zijn door een beroep op navolgende stelling, eventueel op equivalente wijze verwoord.

- De scorepunten voor de afzonderlijke domeinen zijn niet evenredig met de bijbehorende SLU's. De voorbeeldexamens die gepubliceerd zijn in de *Syllabus vwo wiskunde-B*, geven een indicatie van de verdeling van de scorepunten over de verschillende domeinen.

- Nieuwe opgaven beginnen (bijna) altijd op een nieuwe pagina - al was het maar om kandidaten te motiveren navenant te handelen bij hun beantwoording. Echter, in het correctievoorschrift worden opgaven soms over verschillende pagina's uitgespreid. Deze hartenkreet is vaak verwoord maar nog niet verhoord; dit op grond van een wellicht wat prozaïsch argument als nodeloos papiergebruik.

- Regelmatig wordt  $N = 1,0$  ervaren als 'de N-term als er niets raars aan de hand is'. In het verlengde van die opvatting figureren uitspraken als: ' $N = 1,1$  dus er is iets bijgedaan' en ' $N = 0,7$  dus de norm is verlaagd'. Inderdaad berekenen veel collega's (waaronder ook schrijver dezes) bij hun eerste correctie van tevoren de resultaten 'met  $N = 1,0$ ', om een idee te krijgen van de mogelijke consequenties. Toch is het goed om je te realiseren dat de N-term niet in principe 1,0 is, maar dat het een getal zal zijn tussen vooraf opgegeven grenzen, nader te bepalen door een hogere instantie. Van de 29 vwo-examens nieuwe stijl in 2004 zijn er slechts twee waarbij tot  $N = 1,0$  is besloten (aardrijkskunde en Fries).

Twee laatste opmerkingen betreffen de wijze van corrigeren van het examenwerk.

- Naast de *stapelnorm* (kijk tot hoever in het correctievoorschrift de leerling een juiste weg bewandeld heeft)

worden nog steeds vaak de sprokkelnorm ('verderop staat dat  $x = 2$  een punt oplevert') en de absolute norm ('er staat: "gezocht worden de oplossingen van de vergelijking  $f(x) = 7$ ", maar dat heeft-ie niet letterlijk opgeschreven') gehanteerd. Geduld en een beroep op gezond verstand zijn in dezen helaas vooralsnog uw enige wapens.

- In het verlengde van de vorige opmerking: nog steeds vliegen eerste en tweede correctoren elkaar soms in de haren omdat er wel of niet op het werk is aangegeven waar een fout werd geconstateerd. Formeel is daarover niets (meer) vastgelegd, maar de overwegende opvatting is, dat u uw tweede corrector een dienst bewijst door op het werk summier aan te geven waar een kandidaat een fout maakt en dit eventueel toe te lichten op een bijlage bij uw beoordelingsvoorstel.

## VWO A1/A12 - Compex3/Imex [ Harm Boertien ]

### Voorgeschiedenis

In januari 2002 is voor de vakken wiskunde vwo A1 en A12 het exameninnovatieproject *Imex-project* (een deel van het project *Compex3*) van start gegaan. Het project had tot doel ervaring op te doen met de toepassing van ICT in de centrale examens. Onderzocht moest worden in hoeverre de computer een nuttig instrument zou kunnen zijn bij het examineren van de wiskunde voor vwo A1- en A12-leerlingen. Kernvraag bij wiskunde was of de computer meerwaarde kon bieden ten opzichte van de grafische rekenmachine. Uit ervaringen bij het examen in 2003 bleek dat die meerwaarde er inderdaad was.

Ook de andere vakken die in het vwo bij het Imex-project betrokken waren, hadden soortgelijke succeservaringen. Er was dan ook grote verbazing en teleurstelling toen de CEVO het Imex-project in januari 2003 voor het hele vwo stopte. Een half jaar later besloot diezelfde CEVO om het Imex-project zo mogelijk toch in het vwo doorgang te laten vinden. In de helft van de normale tijd moest daarna geprobeerd worden examenconcepten voor 2004 te produceren. Ondanks dit krappe tijdpad is het gelukt om twee Imex-examens te maken. Vanzelfsprekend was het niet mogelijk om nieuwe ideeën over computergebruik te ontwikkelen en in opgaven te benutten. De computeropgaven van 2004 zijn daarom geënt op hetzelfde stramien als dat van de examenopgaven van 2003. Verder is er deze keer slechts één context gebruikt om twee opgaven op verschillende niveaus bij te maken. Geen wonder dat docenten opmerkten dat er niet veel nieuws te zien was en dat de opgaven van 2003 iets leuker waren. De leerlingen vonden ze ongeveer even moeilijk als de gebruikelijke schriftelijke opgaven. Scholen konden zich inschrijven op vakken om met het Imex-examen mee te doen. Dit jaar betrof dat uiteindelijk 9 scholen voor wiskunde. Deze zelfde inschrijvingsprocedure geldt ook voor volgend jaar; verdere informatie over het Imex-project is te vinden op <http://compex.citogroep.nl>.

Het is de bedoeling dat de Imex-examenopgaven in het najaar van 2004 op deze site downloadbaar zijn.

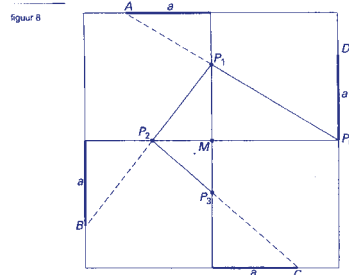
Ingesloten

In figuur 8 is een vierkant getekend met middelpunt  $M$  en zijden 2. In het vierkant zijn de horizontale en verticale symmetrieassen getekend. Op afstand  $a$  van de middens van de zijden liggen de punten  $A, B, C$  en  $D$ . Hierbij is  $0 < a \leq 1$ .

We gaan een rij punten op de symmetrieassen construeren.

- Als startpunt  $P_0$  kiezen we het midden van de rechterzijde
- $P_0A$  snijdt een as in  $P_1$
- $P_1B$  snijdt een as in  $P_2$
- $P_2C$  snijdt een as in  $P_3$
- $P_3D$  snijdt een as in  $P_4$  enzovoort.

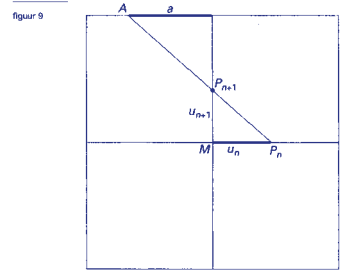
In figuur 8 zijn de eerste drie stappen (dus tot en met punt  $P_3$ ) uitgevoerd. Bij elke stap ontstaan twee gelijkvormige driehoeken.



De lengte van  $MP_n$  noemen we  $u_n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). Dus  $u_0 = MP_0 = 1$ .

- Neem  $a = 1$ . Dan liggen de punten  $A, B, C$  en  $D$  op de hoekpunten van het vierkant.
- sp 14 □ Bereken voor dit geval  $u_1, u_2$  en  $u_3$ .

We kiezen nu voor  $a$  een getal tussen 0 en 1. In figuur 9 zie je hoe uit  $u_n$  de volgende term  $u_{n+1}$  wordt gevonden. Figuur 9 staat ook op de uitwerkbijlage.



- sp 15 □ Toon aan dat de volgende recursieve betrekking geldt:  $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + a}$ .

Opzet examen

Het resultaat van de constructie was zoals bedoeld een vwo A1- en een A12-examen dat voor 70% uit vragen van het reguliere eerste tijdvak-examen bestond en voor 30% uit vragen bij een context die gebruik van de computer vereiste. Elk examen begon met een aantal opgaven en vragen uit het reguliere examen, waarna één redelijk uitgebreide computeropgave in plaats van de gebruikelijke schriftelijke opgaven het examen afsloot. Deze computeropgave vereiste het kunnen gebruiken van het softwareprogramma Excel. De leerlingen hebben als voorbereiding voor het examen gelegenheid gehad om te ervaren wat er op het examen aan beheersing van computervaardigheden gevraagd zou worden. Daartoe zijn aan de docenten voorbeeldopgaven, het Imex-examen 2003 en één A4-tje met algemene instructies (die gaan over het openen van een spreadsheet, de beveiliging ervan en het zo nodig bijstellen van het scherm) uitgereikt. De leerlingen zijn verder op de hoogte gesteld van de begin- en eindtijd van het examen. De duur van het examen kon een half uur langer zijn dan die van het reguliere landelijk examen. Aan het begin van het examen is nog een korte instructie gegeven indien dit nog niet was gebeurd.

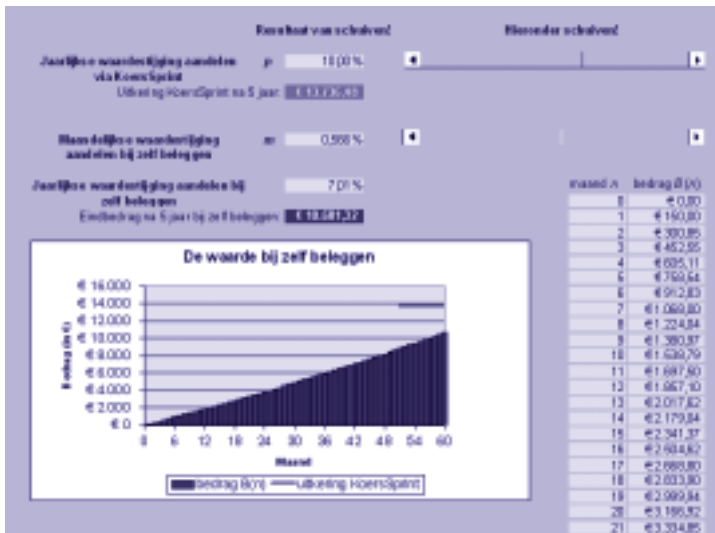
Het examen zelf vond plaats in het computerlokaal. Naast de docent was er een systeembeheerder aanwezig om eventuele problemen met de computer op te kunnen lossen. De leerlingen kregen alle examenopgaven en vragen op schrift. Ze moesten de antwoorden net zoals bij het reguliere examen op schrift zetten om de gebruikelijke correctie te kunnen laten uitvoeren. De leerlingen begonnen meestal met het 'reguliere deel', waarna ze de computeropgave gingen maken.

Het wiskunde A1- en A12-Imex-gedeelte bestond dit jaar uit de computeropgave KoersSprint. Deze was gebaseerd op het nog steeds actuele thema van het leasen van aandelen (zoals dat soms ook in hypotheek voorkomt). Het onderzoeksthema was: 'Wanneer is het voordeliger aandelen te leasen, wanneer zelf beleggen?' Na enkele theoretische vragen over de wiskundige achtergrond (exponentiële groei of meetkundige rijen) werden vragen gesteld over de beste keus bij een bepaalde rentestand: 'zelf beleggen of laten beleggen via leasen'. Daartoe kon men in een spreadsheet het groeipercentage van de aandelenwaarde instellen als men aandelen ging leasen. Daarnaast kon men het groeipercentage instellen waarmee de waarde van eigen aandelen zou toenemen, die men maandelijks ging kopen voor het geld dat men anders aan de kosten voor het leasen kwijt was (zie figuur 11).

De les van deze opgave is dat wanneer de aandelen meer dan 8,3% per jaar stijgen, aandelen leasen de beste keus is en dat zelf beleggen beter is wanneer de waardevermeerdering van aandelen lager is dan 8,3%.

Examenresultaten

De examenresultaten op de 9 scholen hebben betrekking op de scores van 64 leerlingen die het vwo



A1-Imex-examen gemaakt hebben en 90 leerlingen die het vwo A12-Imex-examen maakten. De Imex-opgaven voor beide examens waren dit jaar wat moeilijker dan vorig jaar. Dat was ook de bedoeling. Uit de toets- en itemanalyses bleek dat de A1-leerlingen die het Imex-examen deden, op de overlapopgaven met het reguliere examen iets slechter scoorden (zie tabel 17).

Vraag 14 van KoersSprint betreft een gebruikelijke vraag: 'Bereken het groeipercentage per jaar als het groeipercentage per maand gegeven is.' Deze vraag moet met de GR met een rechtstreekse berekening beantwoord worden. Opmerkelijk is dat de leerlingen daarop zo slecht scoren ( $p' = 35$ ). De volgende vragen 15 en 16 gaan ook over groeipercentages, maar de scores daarop zijn veel beter. Een verklaring hiervoor kan zijn dat de computer daarbij de berekeningen voor de leerlingen uitvoert. Dat leerlingen beduidend lager scoren op vraag 17 ( $p' = 30$ ) is hiermee in overeenstemming. Deze vraag gaat immers ook over een berekening van een (op een iets andere manier) groeiend bedrag. Bij de vragen 18 tot en met 23 doet de computer weer het rekenwerk en moeten de leerlingen aangeven hoe er berekend moet worden. De scores op deze vragen zijn als regel 50% of meer van het maximale te behalen puntenaantal. Vraag 24 tenslotte gaat over de conclusie op grond van alle voorgaande gegevens. Deze vraag was duidelijk te moeilijk ( $p' = 7$ ). Bij dit examen is de N-term vastgesteld op 1,4. Het gemiddelde cijfer was daardoor 6,5 en 17% van de leerlingen behaalde een onvoldoende.

De leerlingen die het vwo A12-examen maakten, bleken als regel op de overlapopgaven met het reguliere examen iets beter te scoren (zie tabel 18).

De Imex-examens voor vwo A1 en A12 hadden samen vier vragen gemeenschappelijk (zie tabel 19). A12-leerlingen scoren op alle vragen duidelijk beter dan A1-leerlingen.

Over het geheel was het Imex-A12-examen moeilijker dan het regulier gedeelte. De N-term voor A12 was dit jaar daarom iets hoger dan voor het reguliere examen, namelijk 1,6. Het gemiddelde cijfer was daardoor 6,3 en 28% van de leerlingen behaalde een onvoldoende.

Over de Imex-examens zijn ook vragen gesteld aan de docenten en leerlingen die erbij betrokken waren. De docenten hadden naast waardering ook kritische opmerkingen over de meerwaarde van de computer. Ze merkten op dat de meerwaarde van Excel ook gezocht zou moeten worden in de mogelijkheid dat leerlingen zelf een spreadsheet zouden moeten (helpen) opzetten en gebruiken. Het zelf bedenken en invullen van formules in Excel zal volgens hen pas echt meerwaarde geven. De boodschap is dat de leerling op het examen actiever met spreadsheets moet kunnen omgaan dan tot nu toe het geval was.

De leerlingen vonden doorgaans dat ze goed waren geïnformeerd over de opzet van het Imex-examen. Het merendeel had echter slechts een deel van de

voorbeeldopgaven gemaakt. Verder vonden ze de computeropgaven moeilijker dan de gewone opgaven en vonden ze dat het maken van computeropgaven meer tijd kost dan het maken van de gebruikelijke schriftelijke opgaven. Het schrijven van de antwoorden op papier werd niet bezwaarlijk gevonden. Ondanks dit hebben veel leerlingen liever een gewoon schriftelijk examen. Een groot aantal leerlingen vindt dat de opgaven zeker niet uitsluitend op een computerscherm te lezen moeten zijn, maar ook op papier. Het geven van antwoorden op de computer wordt door een grote groep leerlingen evenmin als wenselijk ervaren. Veel leerlingen vonden dat ook de omstandigheden bij de afname iets verbeterd zou kunnen worden. Alles afwegend, vonden behoorlijk veel leerlingen: 'Voor mij hoeft dit helemaal niet.' Ongeveer de helft vond dat het niet uitmaakte welk soort examen men zou krijgen. Een klein deel van de leerlingen vond een Imex-examen prettiger dan een gewoon examen.

### Toekomst voor het Imex-project

De opmerkingen van docenten en leerlingen laten zien dat ze enerzijds wensen dat in de komende jaren de inzet van de computer groter moet worden, anderzijds dat we voorzichtig moeten zijn met het aanbrengen van grote veranderingen in de logistiek van examen doen. Die verruiming van het gebruik van de computer kan gebeuren door meer dan voorheen de mogelijkheden om binnen Excel productief bezig te zijn te benutten. Verder door te bezien of er andere geschikte software is om bij opgaven te gebruiken. Leerlingen moeten dan wel extra oefentijd voor het examen hebben. Bekeken zal daarom worden hoe de meerwaarde van de computer nog duidelijker vorm kan krijgen, eventueel in andersoortige softwaretoepassingen of in andere soorten vraagstellingen. Deze inhoudelijke veranderingen zullen gebeuren terwijl in de komende jaren het project Imex geleidelijk een grotere omvang zal krijgen. Al vanaf 2004 kunnen veel meer scholen dan voorheen zich opgeven voor examens met computers. Geheel los van deze uitbreiding van het Imex-project zullen ook de wiskunde-examenprogramma's vernieuwd worden. Beide ontwikkelingen zullen daarbij uiteraard op elkaar afgestemd moeten worden. Over de toekomst van het Imex-examen heeft de minister in het beleidsdocument *Koers VO* het volgende voornemen uitgesproken: '...de examens met ICT die zich hebben bewezen in de experimenteerfase, worden opgenomen in de reguliere examenproductie.'

#### Over de auteurs

---

Harm Boertien, Anita de Bruijn, Edward van Kervel, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Melanie Steentjes zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem (website: [www.citogroep.nl](http://www.citogroep.nl)).  
E-mailadressen: [harm.boertien@citogroep.nl](mailto:harm.boertien@citogroep.nl),  
[anita.debruijn@citogroep.nl](mailto:anita.debruijn@citogroep.nl), [edward.vankervel@citogroep.nl](mailto:edward.vankervel@citogroep.nl),  
[kees.lagerwaard@citogroep.nl](mailto:kees.lagerwaard@citogroep.nl), [ger.limpens@citogroep.nl](mailto:ger.limpens@citogroep.nl) en  
[melanie.steentjes@citogroep.nl](mailto:melanie.steentjes@citogroep.nl).

**TABEL 1 Aantallen kandidaten**

VMBO		HAVO			VWO	
GL/TL	41 569	A12 (ns)		19 242	A1 (ns)	5 588
KB	21 515	B1 (ns)		7 631	A12 (ns)	11 190
BB	27 318	B12 (ns)		5 766	B1 (ns)	9 242
totaal	90 402		totaal	32 639	B12 (ns)	6 465
					totaal	32 485

**TABEL 2 Aantallen kandidaten, klachten LAKS, reacties NVvW**

examen	kandidaten	klachten LAKS	reacties NVvW
vmbo GL, TL, KB, BB	90402	893	14
havo A12	19242	2809	29
havo B1 en B12	13397	610	14
vwo A1 en A12	16778	3705	37
vwo B1 en B12	15707	2212	16

**TABEL 3 Verzamelde N-termen**

	VMBO			HAVO			VWO			
	BB	KB	GL/TL	A12	B1	B12	A1	A12	B1	B12
N-term	0,0	0,5	0,5	1,1	0,6	1,1	1,4	1,5	0,8	1,2
gemiddelde	7,0	6,5	6,3	6,2	6,0	6,2	6,4	6,1	6,1	6,5
% onvoldoendes	8%	18%	25%	29%	32%	28%	24%	32%	29%	26%

**TABEL 4 VMBO-BB vanaf 2003**

jaar	N-term	gemiddelde	percentage onvoldoendes
2004	0,0	7,0	8%
2003	0,5	6,8	19%

**TABEL 5 VMBO-BB**

opgave	Het weer in 2001					Breedbeeld-televisie			Vakantie				Amstel Gold Race				Top 40							
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
max.score	1	3	3	4	2	2	2	4	3	3	3	3	2	2	3	2	3	3	3	2	2	3	4	4
p'-waarde	95	94	71	92	77	90	98	72	96	96	54	91	75	84	78	72	73	70	22	90	87	47	73	89

**TABEL 6 VMBO-GL/TL en overlap KB**

opgave	Achtvlak-dobbelstenen					Reis vanuit Londen				Appelland				Hartslag-frequentie				Geluid van windmolens				Reünie		totaal				
vraagnr.	GL	TL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
max.score	3	3	4	4	2	2	4	4	5	4	3	4	4	4	2	3	3	4	3	2	3	3	3	4	3	5	91	
p'-waarde	92	93	31	15	34	88	78	70	76	59	97	85	58	46	98	90	52	56	82	28	81	81	44	55	88	54	64	5
overlap KB																												
vraagnr.	KB					10	11	12	13	14	15	16	17	1	2												22	23
p'-waarde						83	67	57	69	94	62	35	24	98	85											50	89	

**TABEL 7 VMBO-KB**

opgave	Hartslag-frequentie				Dobbelstenen				Reis vanuit Londen				Appelland				Wintertennis				Reünie		totaal			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		
max.score	2	3	2	5	2	3	2	4	4	2	4	4	5	3	4	4	4	2	4	3	3	4	3	5	81	
p'-waarde	98	85	66	64	97	97	58	92	7	83	67	57	69	94	62	35	24	98	92	66	65	50	89	53	66	2

**TABEL 8 VMBO-GK/TL en KB vanaf 2000**

jaar	N-term	gemiddelde	onvoldoendes (in %)	correctie ivm. fouten	N-term	gemiddelde	onvoldoendes (in %)	correctie ivm. fouten
VMBO GL/TL					VMBO KB			
2004	0,5	6,3	25		0,5	6,5	18	
2003	1,1	6,3	25	0,2	1,5	6,1	30	
VBO/MAVO-D-examen					VBO/MAVO-C-examen			
2002	1,1	6	33		1,1	5,8	37	
2001	1,4	6,1	33		1,4	5,9	36	
2000	1	6,8	12		1	6,4	23	

**TABEL 9 HAVO-A12**

opgave	Vermogens			Balpennen			Franse bank			Goudvissen			Rozen			Meerkeuze-toets					
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	4	5	6	3	4	3	5	5	3	5	3	3	4	3	5	4	4	3	4	4
p'-waarde	64	71	58	68	73	53	27	47	52	48	19	87	44	38	59	70	61	64	65	59	75

**TABEL 10 HAVO-B1**

opgave	Kogelstoten			Geluids-snelheid			Afrikaans spelletje			Raken			Zeehonden			Amerikaanse presidents-verkiezingen					
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	3	4	4	3	3	4	3	4	5	4	6	4	4	3	3	3	4	4	5	5
p'-waarde	94	79	84	67	90	56	41	79	85	75	37	52	18	55	44	67	73	66	45	36	31

**TABEL 11 HAVO-B12**

opgave	Kogelstoten				Trein			Koffiefilter			Zeehonden			Logaritmische functies				Vaas			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	3	4	4	4	3	3	4	5	4	6	3	3	3	3	2	5	6	4	6	4
p'-waarde	96	82	88	75	93	28	57	82	56	62	31	56	75	59	57	51	26	32	53	50	29

**TABEL 12 VWO-A1**

opgave	Bevolkings-groei				Examenresultaten					Kleine ondernemers				Vierkeuzevragen				Koers-Sprint			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	4	5	3	4	3	5	5	3	5	5	4	3	4	3	3	4	3	7	3	3	4
p'-waarde	83	67	54	47	66	55	58	60	39	90	33	58	19	76	48	87	49	28	84	57	30

**TABEL 13 VWO-A12**

opgave	Examenresultaten				Autobanden				Bevolkings-groei				Orkanen				Vierkeuzevragen				
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	5	5	6	3	3	5	5	4	4	3	4	4	4	4	3	4	3	7	4	4
p'-waarde	71	60	67	14	76	87	23	47	72	75	60	18	57	70	40	22	63	89	59	35	19

**TABEL 14 Overlap VWO-A1 en VWO-A12**

opgaven in overlap	Examenresultaten				Vierkeuzevragen			
vraagnr. A1	5	6	7	15	16	17	18	
max.score	3	5	5	3	4	3	7	
p'-waarde	66	55	58	48	87	49	28	
vraagnr. A12	1	2	3	17	18	19	20	
max.score	3	5	5	3	4	3	7	
p'-waarde	71	60	67	63	89	59	35	

**TABEL 15 VWO-B1**

opgave	Machten			Grondprijs			Krasloten			Een verzameling functies				Munten		Oog			
vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	4	5	3	4	5	5	4	4	5	6	6	4	3	7	3	4	5	5	4
p'-waarde	91	92	52	91	91	21	49	71	78	38	51	54	52	55	91	47	6	74	35

**TABEL 16 VWO-B12**

opgave	Machten			Krasloten			Een verzameling functies				Cirkel		Grondprijs		Ingesloten		Ellipsen	
vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
max.score	5	3	4	5	6	4	3	7	5	7	4	5	4	5	5	5	5	4
p'-waarde	92	75	83	87	48	73	68	73	49	37	92	31	56	62	35	29	44	48

**TABEL 17 VWO-A1 IMEX**

opgave	Bevolkings-groei			Examenresultaten					Vierkeuzevragen				KoersSprint											
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
max.score	4	5	3	3	5	5	3	5	3	3	4	3	7	3	3	3	3	3	3	3	6	2	2	3
p'-imex	85	64	55	65	62	51	55	39	78	44	86	46	23	35	90	68	30	66	50	73	59	83	80	7
p'-regulier	83	67	54	66	55	58	60	39	76	48	87	49	28											

**TABEL 18 VWO-A12 IMEX**

opgave	Examenresultaten				Autobanden				Vierkeuzevragen				KoersSprint									
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
max.score	3	5	5	6	3	3	5	5	3	4	3	7	4	3	3	3	5	4	3	3	8	2
p'-imex	66	68	73	11	76	88	28	49	72	92	66	39	17	57	54	74	42	56	77	59	39	32
p'-regulier	71	60	67	14	76	87	23	47	63	89	59	35	19									

**TABEL 19 Overlap VWO-A1 IMEX en VWO-A12 IMEX**

opgaven in overlap	KoersSprint			
vraagnr. A1	14	16	18	19
max.score	3	3	3	3
p'-waarde	35	68	66	50
vraagnr. A12	14	16	19	20
max.score	3	3	3	3
p'-waarde	57	74	77	59