WISKUNDE-EXAMENS 2005, 1E TIJDVAK

Dit artikel is geschreven door examenmedewerkers van de Citogroep. Bij iedere paragraaf over een specifiek wiskunde-examen treft u de naam van de betreffende medewerker aan. De examens zijn te downloaden via www.citogroep.nl.

[Harm Boertien, Petra Boon, Anita de Bruijn, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Gerard Stroomer]

Woord vooraf

In dit overzichtsartikel treft u de gebundelde bijdragen aan van de verschillende Citomedewerkers. De bijdragen over de diverse wiskunde-examens worden voorafgegaan door een algemener gedeelte met daarin onder andere een overzicht van de diverse bij de eerste tijdvakken wiskunde-examens 2005 uiteindelijk vastgestelde N-termen (zie pagina 17 voor de tabellen).
Voor meer details over de totstandkoming van de centrale examens wiskunde verwijzen we naar het artikel 'Examenconstructie, een langdurig en zorgvuldig proces' van Ameling Algra en Ger Limpens, gepubliceerd in Euclides 80(1), pp. 2-5.

Dank

Ook dit jaar gaat, om te beginnen, onze dank uit naar al die collega's die ons – door middel van de versnelde correctie – in staat stellen na afloop van de examens een goede indruk te krijgen van de wijze waarop de verschillende populaties hun examens gemaakt hebben. Ook de collega's die in de altijd hectische examenperiode de moeite genomen hebben de regionale examenbesprekingen te bezoeken, zijn we dank verschuldigd. Want ook dit jaar waren weer diverse collega's bereid deze bijeenkomsten te bezoeken ondanks het feit dat de verslagen van deze besprekingen later op internet beschikbaar zijn. Deze besprekingen geven ons als examenmakers zinvolle informatie waarmee we bij de vervaardiging van nieuwe examens rekening kunnen houden. Het is dan ook te hopen dat de NVvW deze bijeenkomsten zal blijven organiseren, ook al maken steeds meer docenten gebruik van de discussiepagina's op de site van de NVvW als het bijvoorbeeld gaat om eventuele discussiepunten rond de correctie van niet in de antwoordmodellen opgenomen antwoordvarianten. Overigens geven ook deze pagina's ons, examenmakers, een leerzame kijk op de verschillende visies van collega's in het land.

Aantallen leerlingen bij de verschillende examens

In tabel 1 [Leerlingenaantallen 2005] treft u de verschillende deelnemersaantallen bij de examens 2005 aan. In deze aantallen zit een zekere onnauwkeurigheid. Het feitelijk aantal kandidaten ligt gemiddeld genomen enkele procenten lager dan het opgegeven aantal, omdat scholen een zekere veiligheidsmarge in hun bestellingen inbouwen. Behalve de in de tabel genoemde examens zijn er bij vwo-A ook dit jaar weer de IMEX-examens wiskunde afgenomen. Verderop in dit artikel treft u daarover extra informatie aan.

N-termen en p'-waarden

In tabel 2 [Verzamelde N-termen 2005] vindt u de diverse N-termen zoals ze dit jaar zijn vastgesteld. De in de tabel opgenomen N-termen worden in de bijdragen over de diverse examens wiskunde nogmaals vermeld. Verder treft u daar ook de bij de verschillende vragen gescoorde p'-waarden aan. De p'-waarde van een vraag drukt de gemiddelde score uit in een percentage van de maximale score van die vraag.

VMBO-BB

[Anita de Bruijn]

Naast het reguliere centraal schriftelijk examen is voor wiskunde het BB-examen ook digitaal afgenomen. (*Zie ook blz. 32*; red.) Dit gebeurde in een pilot waaraan 11 scholen deelnamen. Het afnemen van het examen voor wiskunde was een onderdeel van een groter geheel. Reden om de bespreking hiervan hier achterwege te laten.
Over het niveau van het BB-examen zijn dit jaar vanuit het veld nogal wat reacties binnen gekomen. Het examen zou te moeilijk zijn en niet in verhouding staan tot de voorgaande jaren. Reden om de examenresultaten eens nader te bestuderen.
Met behulp van de p'-waarden uit tabel 3 [VMBO BB 2005] kan berekend worden dat de gemiddelde score van dit examen op 32,7 punten uitkomt. Op een totaal van 65 punten levert dit, bij een N-term van 1,8, een gemiddeld cijfer op van 6,3. Daarmee bleek 30% van de kandidaten geen voldoende te scoren.
Voor een vergelijking met andere jaren zie tabel 4 [VMBO BB vanaf 2001].
De eerste opgave *Vakantiebaantje* ging over geld verdienen voor een DVD-recorder. Deze opgave is door de kandidaten als beste gemaakt. Gemiddeld haalden de kandidaten 63% van de maximale score van 9 punten.
De opgave *Voetbalveld* was een opgave uit het domein meetkunde. De eerste vraag van deze context was voor de kandidaten goed te doen. De derde vraag van deze context waarbij de kandidaten het totale vermogen in kilowatt moesten berekenen, was zelfs voor de betere kandidaten geen gemakkelijke opgave. In één vraag zowel het totale vermogen laten berekenen als het verkregen antwoord om laten zetten van Watt naar kiloWatt is net teveel voor de gemiddelde BB-kandidaat. De laatste vraag van deze context, waarbij aangetoond moest worden dat de schaal van de tekening 1:1500 was, laat een heel opvallend beeld zien. Voor de 20% van de kandidaten met de hoogste scores op het hele examen was deze opgave goed te doen. Zij hadden een gemiddelde score van 3 punten bij een totaalscore van 4. De overige 80% van de kandidaten kwam niet verder dan een gemiddelde score van 0,87.
Bij vraag 12 van de opgave *Mobiele telefoon* (zie figuur 1) moesten de kandidaten met behulp van terugrekenen bepalen hoeveel minuten nog gebeld kon worden met een gegeven bedrag. Ze moesten rekening houden met een tariefwisseling na 19.00 uur. De kandidaten hadden hier meer problemen mee dan de examenmakers vooraf voorzien hadden. Bij vraag 13 moesten de kandidaten een kortingspercentage uitrekenen. Dit blijft voor het overgrote deel van de kandidaten een lastig te nemen hindernis.

De opgave *Draaimolen* is door de kandidaten het slechtst gemaakt. Dit lag vooral aan vraag 16 (zie figuur 2). Bij deze vraag, die samen met vraag 20 de moeilijkste was van het hele examen, moesten de kandidaten aantonen dat de oppervlakte van een vloer 57,7 m2 was. Geheel volgens de regels van het examenprogramma is de formule van de oppervlakte van een driehoek bij deze vraag niet gegeven. De reacties uit het veld betreffende dit punt waren dan ook niet terecht. Bij vraag 20 van *Diskman* moesten de kandidaten inzien dat de tijd die men kan luisteren zonder dat er gehoorbeschadiging optreedt, halveert als de geluidssterkte met 3 deciBel stijgt. Ondanks het feit dat deze opgave een van de moeilijkste was van het examen werd toch nog door 11% van alle kandidaten uit de steekproef de maximale score van 2 punten behaald. Deze vraag achteraf bekijkend was een tip om de kandidaten in de goede richting te zetten hier minstens op zijn plaats geweest.
Bij de allerlaatste vraag van de opgave *Madurodam* moesten de kandidaten een keuze maken uit twee mogelijke manieren om koffers uit een plaat te snijden. Dit leverde net als bij vraag 12 meer problemen op dan aanvankelijk verwacht.
Samengevat kunnen we stellen dat dit examen meer inzicht van de kandidaten gevraagd heeft dan de afgelopen twee jaren. De 20% van de kandidaten met de laagste scores voor het gehele examen kwam niet verder dan een gemiddelde score van 18,3 punten. Voor hen pakte de ingezette koerswijziging minder goed uit. De betere kandidaten met een gemiddelde score van 48,0 konden er duidelijk beter mee uit de voeten.

VMBO-KB/GL/TL

[Petra Boon]

De dag na het examen stond in een landelijke krant een artikel met de kop: ‘VMBO’ers geschrokken van wiskunde-examen’. In datzelfde artikel kon men ook lezen dat sommige kandidaten het ‘een eitje’ vonden en docenten een leuk examen. Een groot contrast. Bij het analyseren van de resultaten zijn deze uitspraken te verklaren.
Voor het overzicht van de afgelopen drie jaren zie tabel 5 [VMBO GL/TL/KB vanaf 2003].
Door de correctie kwam de N-term bij KB op 1,6 te liggen met een gemiddelde van 6,5 en een percentage onvoldoendes van 25. Bij GL/TL zijn dat respectievelijk 1,4; 6,5 en 23. De correctie had te maken met de tweede vraag bij de opgave *Zandbak*. Het woord ‘opvullen’ in combinatie met de inleidende tekst had voor teveel problemen gezorgd. De kandidaten kregen door deze correctie de maximale score bij deze vraag. Voor 39% van de KB-kandidaten en voor 53% van de GL/TL-kandidaten betekende dit zelfs extra punten omdat ze al één of meer punten bij deze vraag gescoord hadden.
De docenten waren tevreden over het niveauverschil tussen de KB-examens en de GL/TL-examens. De overlapvragen scoorden bij KB een p′-waarde van 48,8 tegenover een p′-waarde van 63,1 bij GL/TL. Bij bovenstaande N-termen zou een GL/TL-kandidaat met een gemiddeld cijfer (6,2) een geschat cijfer op het KB-examen hebben gehaald dat 2 hoger zou liggen.
Laten we voor verschillende situaties eens de p′-waarden voor de kandidaten met de laagste scores vergelijken met de p′-waarden van de kandidaten met de hoogste scores. Bij het KB-examen scoorden de 20% kandidaten met de laagste scores voor het gehele examen een gemiddelde p′-waarde van 30, tegenover een p′-waarde van 77,9 bij de 20% kandidaten met de hoogste scores. Bij GL/TL was dit 32,8 tegen over 78,7. De kandidaten met de laagste scores hadden duidelijk teveel moeite met deze examens.
Voor een overzicht van de p′-waarden van de diverse vragen zie tabel 6 [GL/TL 2005 + overlap KB] en tabel 7 [KB 2005].
Bij KB was *Vaantjes* de gemakkelijkste context met een p′-waarde van 78,7; voor de kandidaten met de laagste scores met een p′-waarde van 62,7 een heel herkenbare context en goed te maken. De laatste vraag bij deze context met een p′-waarde van 42 was echter ook nog te moeilijk voor deze kandidaten. Een gegeven woordformule aanpassen aan een nieuwe situatie blijkt erg ingewikkeld (zie figuur 3).
De moeilijkste context was duidelijk *Oliepijpleiding,* met een p′-waarde van slechts 41. Voor de kandidaten met de laagste scores met een p′-waarde van 16,3 echt een te hoge drempel maar voor de kandidaten met de hoogste scores met een p′-waarde van 69,2 een goede context.
Bij GL/TL was de gemakkelijkste context *London Eye* met een p′-waarde van 76,7. De moeilijkste was *Dobbelstenen stapelen* met een p′-waarde van 41,8. De kandidaten met de laagste scores scoorden bij *London Eye* een p′-waarde van 59,7 en bij *Dobbelstenen stapelen* een p′-waarde van 19,2. Bij de kandidaten met de hoogste scores was dat respectievelijk 88,8 en 68,3.
Voor zowel KB als GL/TL blijkt de eenvoudigste context een algebracontext en de moeilijkste een meetkundecontext. Vermoedelijk is dit voor niemand van de direct bij deze doelgroep betrokken docenten een verrassing. Bij beide examens was er veel commentaar op de context *Groei* (zie figuur 4). Als de kandidaat bij de eerste vraag de formule verkeerd gebruikte, ging dat bij de volgende twee vragen ook fout. Volgens diverse docenten was het beter geweest om bij de eerste vraag een gegeven lengte te laten controleren. Ook de notatie was volgens sommigen een probleem. De rekenmachine hanteert haakjes en dat was, zo vond men, een betere notatie geweest. In de tweede tijdvakken van 2004 werd echter dezelfde notatie zonder haakjes gebruikt. Voor de kandidaten met de laagste scores was deze context in beide examens te moeilijk, maar voor de kandidaten met de hoogste scores met een p′-waarde van 77 bij beide examens zeker niet

FIGUUR 1 VMBO-BB

MOBIELE TELEFOON

Nadine heeft een mobiele telefoon.
Ze maakt gebruik van Tele2 Mobiel.
In de onderstaande tabel staan de bijbehorende tarieven.

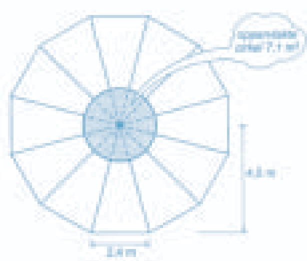
aanbieder & pakketnaam	starttarief per gesprek	belkosten per minuut	
		piek	dal
Tele2 Mobiel	€ 0,05	€ 0,39	€ 0,15

piek: maandag t/m vrijdag 08.00 uur – 19.00 uur
dal: maandag t/m vrijdag 19.00 uur – 08.00 uur + weekend

1p ○ 10 → Hoeveel cent is volgens de tabel het verschil in de **belkosten** per minuut tussen het piek- en het daltarief?
Schrijf hieronder je antwoord op.

4p ○ 12 Op woensdag belt Nadine om 18.45 uur haar vriendin Natasja weer op.
Ze kan nog voor € 6,65 bellen.
→ Bereken hoeveel minuten Nadine vanaf 18.45 uur met Natasja kan bellen.
Schrijf hieronder je berekening op.

Door veelvuldig gebruik is de vloer van de draaimolen (het witte gebied) glad geworden.
De eigenaar van de draaimolen laat de vloer met een nieuwe anti-sliplaag bekleden.
Om deze anti-sliplaag te kunnen bestellen, moet hij weten hoe groot de oppervlakte van de vloer is.



4p ○ 16 In de tekening hierboven zijn enkele maten van de vloer aangegeven.
Op de plaats van de middenpilaar komt geen anti-sliplaag.
→ Laat hieronder met een berekening zien dat de oppervlakte van het witte gebied $57{,}7\ m^2$ is.

VAANTJES

Als herinnering aan de jaarlijkse sportdag van de school krijgt elke deelnemer een vaantje met daarop het jaartal van de sportdag.
De vaantjes worden bij de winkel 'Het Medaillehuis' besteld.
De totale prijs die de school moet betalen bestaat uit verzendkosten en een bedrag per vaantje.

Met de woordformule hieronder berekent 'Het Medaillehuis' de totale prijs.

totale prijs = 5 + 0,7 × *aantal vaantjes*

Hierin is de totale prijs in euro.

FIGUUR 2 VMBO-BB Uit: Draaimolen

- ondanks vraag 21 bij het GL/TL-examen, waarin naar de woordformule bij een wortelfunctie werd gevraagd. Dit laatste was nog nooit op deze manier in een examen gevraagd maar hoort wel bij de eindtermen. Meer dan de helft van de kandidaten scoorde hier toch één of meer punten. De docenten waren over het algemeen tevreden over de originaliteit van de vragen.
Ook was er veel ophef over vraag 16 van *Dobbelstenen stapelen* bij de GL/TL-examens. De vraag over een model betrof een lastig onderwerp en vroeg veel tijd. De kandidaten met de hoogste scores scoorden bij deze vraag een p′-waarde van 71. Slechts 24% van alle kandidaten scoorde helemaal geen punten voor deze vraag. Zelfs de kandidaten met de laagste scores scoorden voor deze vraag nog gemiddeld 1,3 punten.
Het was inderdaad een moeilijk examen voor de zwakke kandidaten maar goed te maken voor de goede kandidaten. Het examen had ook voor de goede kandidaten voldoende uitdaging.

HAVO-A12

[Kees Lagerwaard]

Het examen werd goed ontvangen. Het aantal klachten bij het LAKS bleef ruim onder de duizend, er was bij de examenbesprekingen vrij weinig kritiek en ook de discussie op de site van de Vereniging liep niet echt hoog op. Nochtans vielen de scores van de leerlingen in de steekproef niet mee; zie tabel 8 [HAVO A12 2005]. Laten we een rondje maken door het examen.
De startopgave *Er zijn nog drie wachtenden voor u…* pakte goed uit. Voor vraag 1 haalde 90% van de leerlingen alle 3 punten. Ook de vragen 2 en 3 deden het goed met p′-waarden 80 en 83. Dit jaar had de CEVO ervoor gekozen dit examen bij wijze van experiment in een groter lettertype (11 in plaats van de gebruikelijke 10-puntsletter) uit te voeren om te zien of dit dyslectische en visueel-beperkte leerlingen zou helpen. Daarom werd tabel 1 ook in een grotere letter op een aparte bijlage verstrekt. Ook volgend jaar zal het examen havo-A12 in die grotere letter worden gezet, ondanks het feit dat het velen totaal niet is opgevallen dat er met de lay-out iets bijzonders aan de hand was.
De opgave *Geld uit de muur* begon met een paar vragen die goed te doen waren. Vraag 9 werd niet goed gemaakt: p′ = 29. Maar liefst 58% van de leerlingen haalde geen enkel punt. Er werd door sommigen betwijfeld of het vragen naar een onbekende standaardafwijking bij een normale verdeling wel toegestaan zou zijn. Een dergelijke vraag is ook al eens gesteld in het tweede tijdvak van 2003. En ook in het voorbeeldexamen dat was opgenomen in de syllabus die de CEVO bij de introductie van wiskunde havo-A12 uitbracht, kwam een vraag naar een onbekende standaardafwijking voor. Het feit dat die syllabus een officiële

toelichting van het officiële eindexamenprogramma is, maakt evident dat de betreffende activiteit legitiem is.
De opgave *DVD-spelers bestellen* was de moeilijkste van het examen. Vraag 12, waarin gevraagd werd uit te leggen hoe een gegeven formule tot stand komt, had een p′-waarde van 21. Volgens velen is dit werken met formules teveel gevraagd van A12-leerlingen. Het opstellen en gebruiken van de afgeleide in vraag 13 lukte wat beter (p′ = 45). Vraag 14 was de moeilijkste van dit examen. Maar liefst 82% van de leerlingen bleef op 0 of 1 punt steken. Het is denkbaar dat sommige leerlingen de vraag anders hebben opgevat dan bedoeld. Waar wij wensten dat leerlingen op zoek zouden gaan naar de allervoordeligste bestelwijze waarbij bestelgroottes 245, 200 en 300 moesten worden vergeleken, kon de vraag ook worden gelezen als een keuze uit slechts twee systemen: óf 245 stuks per keer óf bestellen per 'mooie' vaste periode. Leerlingen die dat zo lazen, konden daardoor 1 of 2 scorepunten mislopen. De CEVO heeft dat met een verhoging van de N-term gecompenseerd.
Kansrekenvragen scoren op examens nooit heel hoog. Dat werd in de opgave *De Notenclub* weer bevestigd (zie figuur 5). Het combinatorisch tellen in vraag 15 ging nog redelijk (p′ = 50), maar de kansen in de vragen 16 en 17 werden slechts door 39 respectievelijk 19% van de leerlingen volledig correct berekend. Tenslotte was er de opgave *De Wet van Moore*. De lineaire extrapolatie in vraag 18 bleek een 'makkie': na vraag 1 was dit de gemakkelijkste vraag van het examen. Exponentiële groei, groeifactoren en toenamepercentages bleken minder eenvoudig. Opvallend was met name de score bij vraag 19. In de twee regels boven de vraag werden de vier benodigde getallen genoemd om een groeifactor per jaar uit te rekenen. 65% van de kandidaten haalde hier geen enkel punt. Slechts 13% deed het helemaal goed. Door de jaren heen wordt er al matig gescoord op vragen over exponentiële groei, maar deze vraag bleek nog aanzienlijk moeilijker dan verwacht.
Er waren dit jaar meer vragen met een heel lage score dan gewoonlijk. Het betreft dan om te beginnen de interpretatievraag 9 en de formulemanipulatievraag 12. Bij de vragen 14 en 17 moet het probleem eerst in kaart worden gebracht: wat zijn de mogelijkheden? Vervolgens moeten die mogelijkheden apart worden doorgerekend en tenslotte moeten de deeluitkomsten bij elkaar worden gebracht. Echt probleemoplossen dus, en dat vraagt aanzienlijk meer van een leerling dan het simpelweg demonstreren van een aangeleerde techniek. Vraag 19 leek ons wel een vraag die het recht-toe-recht-aan uitvoeren van een standaardtechniek verlangde. Misschien zit de complexiteit hier in de techniek zelf.
De CEVO stelde de N-term vast op 1,4. Dat leidde bij de steekproefpopulatie tot een gemiddeld cijfer 6,2, waarbij 26% van de kandidaten een onvoldoende kreeg.

HAVO-B

[Harm Boertien]

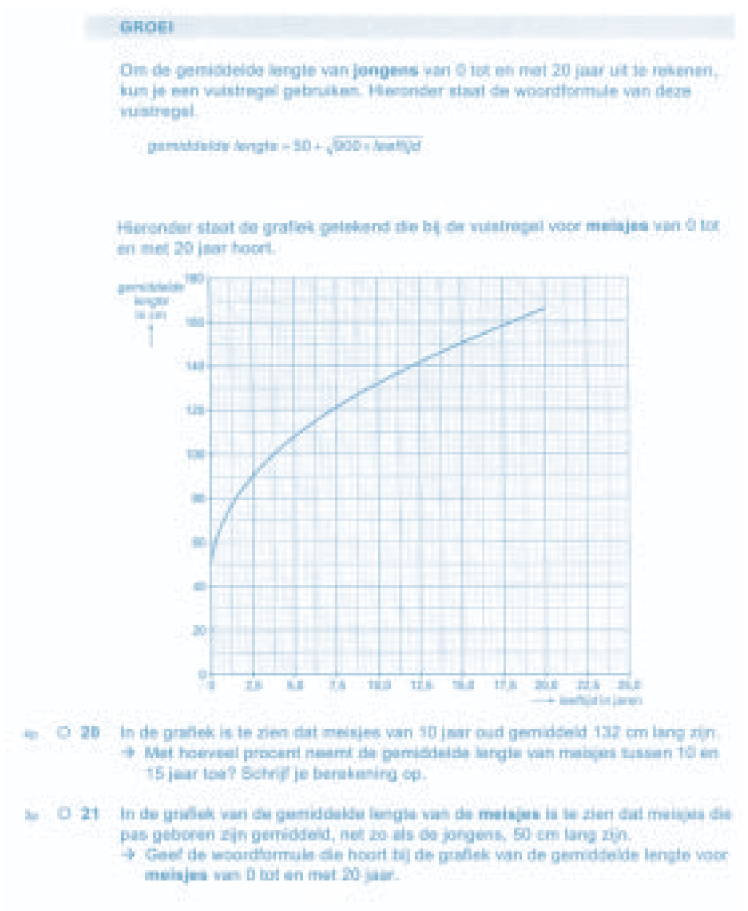
Dit jaar vonden docenten dat de havo-examens wiskunde-B1 en -B12 te eenvoudig waren en dat met name de aandacht voor algebra te gering was (*zie ook het artikel van Harm Boertien op pagina 18;* red.) Mede hierdoor wellicht hadden de leerlingen voldoende tijd om het examen te maken. De indrukken uit de regionale examenbesprekingen geven hiervan nadere details. Daarnaast geven de psychometrische resultaten van de examens weer, hoe de leerlingen er feitelijk op scoorden. Zoals te verwachten is, scoorden de B12-kandidaten op overlapopgaven beter dan de B1-kandidaten.
Naast algemene opmerkingen die gemaakt zijn tijdens de regionale examenbesprekingen, zijn er per opgave zo nu en dan ook kanttekeningen te plaatsen. Die komen in de bespreking van de opgaven hieronder aan de orde.

HAVO-B1

De examenbesprekingen zijn samen te vatten in: 'Het examen doet geen recht aan wat leerlingen kunnen, want de vragen zijn te eenvoudig en de wiskunde daarin is te weinig op abstractie en exacte methoden gericht.' In hoeverre wordt deze gedachte door de cijfers ondersteund? In tabel 9 [HAVO B1 2005] staat wat de leerlingen 'ervan terechtbrachten'.
Van 2142 kandidaten zijn de scores ontvangen. Deze waren als volgt over de profielen verdeeld:
C&M 12; E&M 82; N&G 2001; N&T 7 (fout ingevuld).
Het maximaal aantal scorepunten is 82. De gemiddelde p′-waarde van het hele examen is 59,3; de leerlingen scoorden gemiddeld 48,6 scorepunten. De leerlingen scoorden kortom goed, maar niet heel goed op het examen. Desondanks vonden docenten de opgaven inhoudelijk zeer eenvoudig. De N-term was 0,8. Dat komt overeen met een gemiddeld cijfer 6,1 en 30% onvoldoendes.

Het examen havo-B1 bestond uit twee opgaven over analyse, één over kansrekening en statistiek en twee opgaven deels over statistiek en deels over analyse. De score op de analyse-onderdelen ($p'_{gem} = 65$) was hoger dan die op kansrekening en statistiek ($p'_{gem} = 54$).
De eerste opgave, *Modderstroom*, ging over de ligging van stenen op een modderstroom. Deze opgave werd niet moeilijk gevonden en was een goede startopgave: gemiddeld haalden de leerlingen ongeveer 80% van de maximale score (14 punten).
De opgave *Alcohol en rijvaardigheid* ging over formules (in de vorm van verhoudingen), een lineaire functie en statistiek (percentages). Leerlingen scoorden goed op de eerste drie vragen en op de laatste vraag heel slecht. In totaal was de score redelijk. De tweede vraag ging over het doorzien van het model. Deze werd goed gemaakt (p′ = 75). Vraag 8, de laatste vraag, ging over het kunnen werken met percentages waarvoor een lineaire

FIGUUR 4 VMBO-GL/TL



GROEI

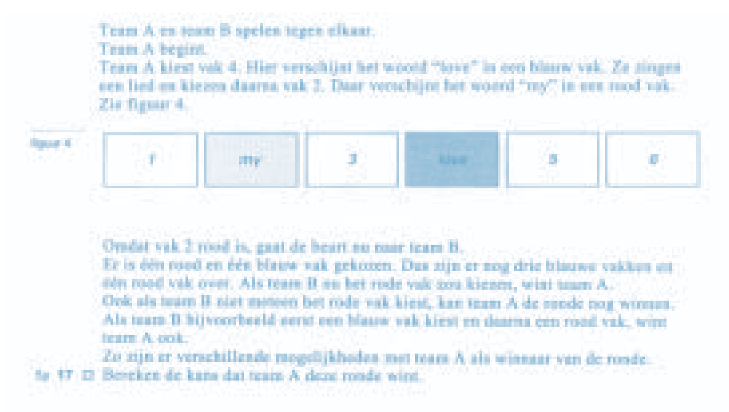
Om de gemiddelde lengte van **jongens** van 0 tot en met 20 jaar uit te rekenen, kun je een vuistregel gebruiken. Hieronder staat de woordformule van deze vuistregel.

gemiddelde lengte = 50 + $\sqrt{900 \times \text{leeftijd}}$

Hieronder staat de grafiek getekend die bij de vuistregel voor **meisjes** van 0 tot en met 20 jaar hoort.

4p ○ 20 In de grafiek is te zien dat meisjes van 10 jaar oud gemiddeld 132 cm lang zijn.
→ Met hoeveel procent neemt de gemiddelde lengte van meisjes tussen 10 en 15 jaar toe? Schrijf je berekening op.

3p ○ 21 In de grafiek van de gemiddelde lengte van de **meisjes** is te zien dat meisjes die pas geboren zijn gemiddeld, net zo als de jongens, 50 cm lang zijn.
→ Geef de woordformule die hoort bij de grafiek van de gemiddelde lengte voor **meisjes** van 0 tot en met 20 jaar.



Team A en team B spelen tegen elkaar.
Team A begint.
Team A kiest vak 4. Hier verschijnt het woord "love" in een blauw vak. Ze zingen een lied en kiezen daarna vak 2. Daar verschijnt het woord "my" in een rood vak.
Zie figuur 4.

figuur 4

Omdat vak 2 rood is, gaat de beurt nu naar team B.
Er is één rood en één blauw vak gekozen. Dus zijn er nog drie blauwe vakken en één rood vak over. Als team B nu het rode vak zou kiezen, wint team A.
Ook als team B niet meteen het rode vak kiest, kan team A de ronde nog winnen.
Als team B bijvoorbeeld eerst een blauw vak kiest en daarna een rood vak, wint team A ook.
Zo zijn er verschillende mogelijkheden met team A als winnaar van de ronde.

5p 17 □ Bereken de kans dat team A deze ronde wint.

FIGUUR 5 HAVO-A12 Uit: De Notenclub

vergelijking geldt. Men kan de oplossing vinden door deze vergelijking op te stellen (modelleren), maar er is ook een alternatieve oplossingsmethode: een getallenvoorbeeld bedenken dat rekening houdt met de juiste getalsverhoudingen. Op deze vraag over 'algebraïsch modelleren' en rekenen met procenten was de p′-waarde slechts 18.

De opgave *Nederlandse Spoorwegen* (zie figuur 6) vereiste kennis van combinatoriek en kansen.

De twee inleidende vragen werden goed gemaakt ($p' = 79$ en $p' = 75$). Vraag 11, de derde vraag, waarbij gevraagd werd de juistheid van een formule voor een kans aan te tonen, werd echter zeer slecht gemaakt. De leerlingen bleken slecht in staat te modelleren, in dit geval het op de juiste wijze afleiden van een eenvoudig algebraïsch verband ($p' = 19$). Ook de laatste twee vragen waar het vinden van de oplossing enkele denkstappen vereist werden matig gemaakt ($p' = 43$ en $p' = 45$).

Bij de vragen van de opgave *Bevolkingsgroei* is hetzelfde patroon in de scores te zien. Op zogeheten '1-staps-opgaven' scoren de leerlingen in de orde van 70% van het maximaal aantal te behalen punten, maar zodra het aantal denkstappen groter dan één en/of abstracter is, is de score zo'n 30% à 40% lager.

De laatste opgave *Derdegraadsfuncties* (zie figuur 7) was zuiver wiskundig van aard en betrof een overbekend onderdeel van de algebraleerstof. Op de eerste twee relatief eenvoudige vragen scoorden de leerlingen ongeveer $\frac{2}{3}$ deel van de maximaal te behalen scorepunten. Voor vraag 22, de laatste vraag, waarover in de examenbesprekingen is opgemerkt dat die 'teleurstellend eenvoudig' is, geldt desondanks dat $p' = 33$.

HAVO-B12

Van 2002 kandidaten zijn de scores ontvangen. Deze waren als volgt over de profielen verdeeld: C&M 0; E&M 18; N&G 109; N&T 1839. Het maximaal aantal scorepunten is 86. De gemiddelde p′-waarde van het hele examen is 65,9; de leerlingen scoorden gemiddeld 56,7 scorepunten. Leerlingen scoorden kortom goed op het examen: het examen was gemakkelijk. De N-term was 0,5. Dat komt overeen met een gemiddeld cijfer 6,4 en 21% onvoldoendes.

Het examen havo-B12 bevatte 7 vragen over meetkunde en 15 vragen over analyse. De score op de analyseonderdelen ($p'_{gem} = 66$) was lager dan de score bij de meetkundeonderdelen ($p'_{gem} = 70$); zie ook tabel 10 [HAVO B12 2005].

De eerste opgave, *Modderstroom*, komt ook in het B1-examen voor. Deze opgave was net als bij het B1-examen een gemakkelijke startopgave. De B12-leerlingen scoorden op de zeer gemakkelijke vragen 1, 2 en 3 slechts weinig hoger dan de B1-leerlingen. Op de moeilijkste vraag 4 scoorden de B12-leerlingen 11% beter.

De opgave *Zeegolven* daarentegen bevatte gemakkelijke en moeilijke vragen. Wat betreft die moeilijke vragen het volgende: vraag 6 ($p' = 35$) betrof het aantonen dat een exponentieel model past bij gegevens uit een tabel (opstellen van een exponentiële formule). Vraag 9 ($p' = 36$) ging over het herleiden van een formule. Bij vraag 9 is opgemerkt dat er sprake is van overbodige informatie, namelijk de gegeven grafiek (zie figuur 8). Sommige docenten vonden daarom de vraag fout. Als leerlingen echter wiskunde moeten toepassen in realistische situaties, dan zal daar bijna altijd sprake zijn van overbodige informatie. Een belangrijke vaardigheid in contextrijke wiskunde is dus ook het kunnen onderscheiden welke informatie voor de oplossing van een vraag nodig/overbodig is. Het toetsen of leerlingen deze vaardigheid beheersen, is dan ook belangrijk genoeg om daar een vraag aan te wijden. Het is verder de vraag of de extra informatie de leerlingen op het verkeerde been zette, zoals sommige docenten suggereerden. Dat in deze vraag leerlingen algebraïsche technieken moeten gebruiken is op zich al voldoende verklaring voor deze lage score (vergelijk bijvoorbeeld met vraag 6).

Bij de opgave *Uitkijktoren* was de laatste vraag moeilijk (zie figuur 9). De leerlingen moesten in een figuur een driehoek vinden om daarmee een hoogte te berekenen. Daaraan gekoppeld was het nodig de lengte van een zijde te zien als het halve verschil van twee zijden van een gelijkbenig trapezium. De vraag bevat dus twee stappen die men moet zetten om het antwoord te vinden.

De vragen in *Labolift* gaven eveneens te zien dat ingewikkelder vraagstellingen tot lagere p'-waarden leiden.

De opgave *Derdegraadsfuncties* was een opgave waarin algebraïsche vaardigheden vereist werden. De vragen 19, 20 en 21 komen overeen met de vragen 20, 21 en 22 in het B1-examen. De B12-leerlingen scoorden gemiddeld ongeveer 9% beter dan de B1-leerlingen.

Op de moeilijke vraag 21 scoorden de B12-leerlingen ongeveer 44% van de maximaal te behalen punten, terwijl de B1-leerlingen daarop 33% van de maximale score haalden. Dat is 11% verschil.

VWO-A

[Ger Limpens]

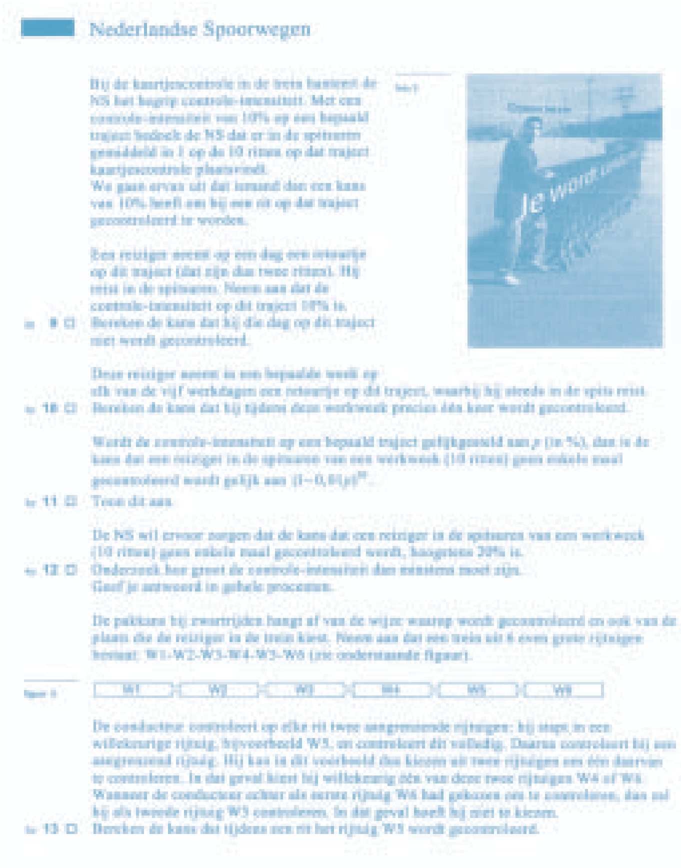
In het nu volgende deel wordt aandacht besteed aan de reguliere examens vwo-A1 en -A12. Ook aan de overlap tussen beide examens worden enkele woorden gewijd. Aan het einde van dit artikel treft u een bijdrage over de gang van zaken van het Compex-experiment bij de vwo-examens A1 en A12, waarbij voor de derde keer de computer tijdens het centraal examen ingezet diende te worden.

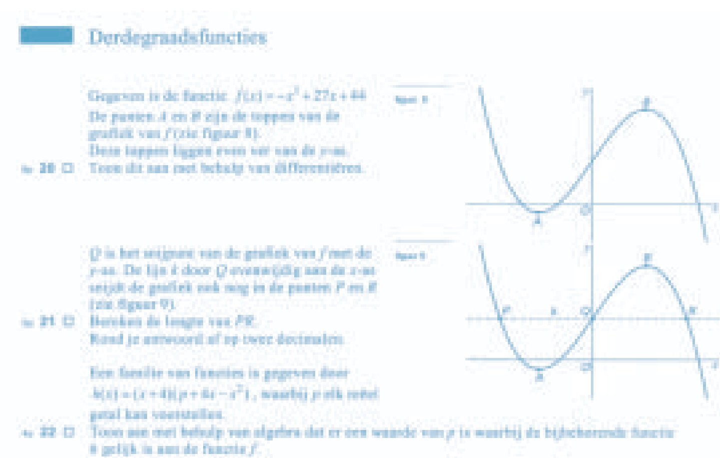
VWO-A1

Zie tabel 11 [VWO A1 2005]. De eerste opgave *Meer neerslag* van het examen vwo-A1 had, zoals de titel al aangaf, een authentiek Nederlands onderwerp als thema. Naar aanleiding van een verzameling data betreffende de gemiddelde jaarlijkse neerslag in de voorbije eeuw passeerden diverse vragen de revue. De eerste vraag betrof een niet door berekening maar door redenering onderbouwde uitspraak over een tweetal Nederlandse steden, waarbij de jaarlijkse neerslag gegeven was door gemiddelde en standaardafwijking. Het feit dat in het correctiemodel een deel van de score verdiend kon worden door toch met een berekening te komen, werd door nogal wat collega's kritisch bejegend. Men was van mening dat een expliciet op voorhand uitgesloten antwoord ook niet op punten mocht rekenen, een zienswijze waar inderdaad veel voor te zeggen is. Bij vraag 2 werd expliciet gesteld dat die neerslag normaal verdeeld verondersteld werd en werd de leerling gevraagd een eenvoudige normale-verdelingsvraag te beantwoorden. Het riep dan ook verbazing op om na afloop van het examen te lezen dat een enkele collega in het land meende dat helderder duidelijk gemaakt had moeten worden dat hier geen sprake was van een discrete grootheid, c.q. continuïteitscorrectie niet geboden was. Strikter dan hier kan een gegeven niet verstrekt worden, zo is het gevoel van de makers. Gelukkig bleken ook de leerlingen in groten getale bij machte om deze vraag te beantwoorden: met een p'-waarde van 87 was vraag 2 een van de eenvoudigste van dit examen. 75% van de leerlingen scoorde hier maximaal. Ook vraag 3 van deze context riep na afloop wat reacties op: zo bleek een enkele leerling de vraag een formule op te stellen die hoorde bij de getekende regressielijn onverwacht te beantwoorden met het geven van een recursieve betrekking. En de daaruit voortvloeiende berekening van het jaar waarin de neerslag voor het eerst de 850 mm zou overschrijden, bleek met de recurrente relatie en de GR probleemloos uitgevoerd te kunnen worden. Hoewel het correctievoorschrift deze oplossing niet vermeldde, kon dit antwoord uiteraard goed gerekend worden door een beroep te doen op regel 3.3 van het algemene deel van het correctievoorschrift. Deze vraag 3 was weliswaar moeilijker dan zijn voorganger maar bleek toch heel doenlijk met zijn p'-waarde van 58.

De eerste vraag van *Breedte van wegen* was een rekenpartij op basis van een tweetal cirkeldiagrammen. Of leerlingen struikelden over een begrip als relatieve toename of over de rekenslagen van percentages naar absolute aantallen is onduidelijk. Een enkel docentencommentaar na afloop maakte melding van een mogelijk ander antwoord dan het antwoord in het correctievoorschrift, maar het is ons niet duidelijk geworden of de betreffende collega zelf creatief met zijn GR aan de slag is gegaan of zijn voorbeeld ook 'in het wild' heeft aangetroffen. Overigens zou in zo'n geval ook voornoemde regel 3.3 gehanteerd kunnen worden. De volgende vragen van deze context maakten gebruik van een formule waarin een logaritme verwerkt was maar gelukkig liet het merendeel van de leerlingen zich daardoor niet uit het veld slaan: vraag 7 waarbij van een weg met behulp van deze formule nagegaan

FIGUUR 6 HAVO-B1


Nederlandse Spoorwegen


Derdegraadsfuncties

FIGUUR 7 HAVO-B1

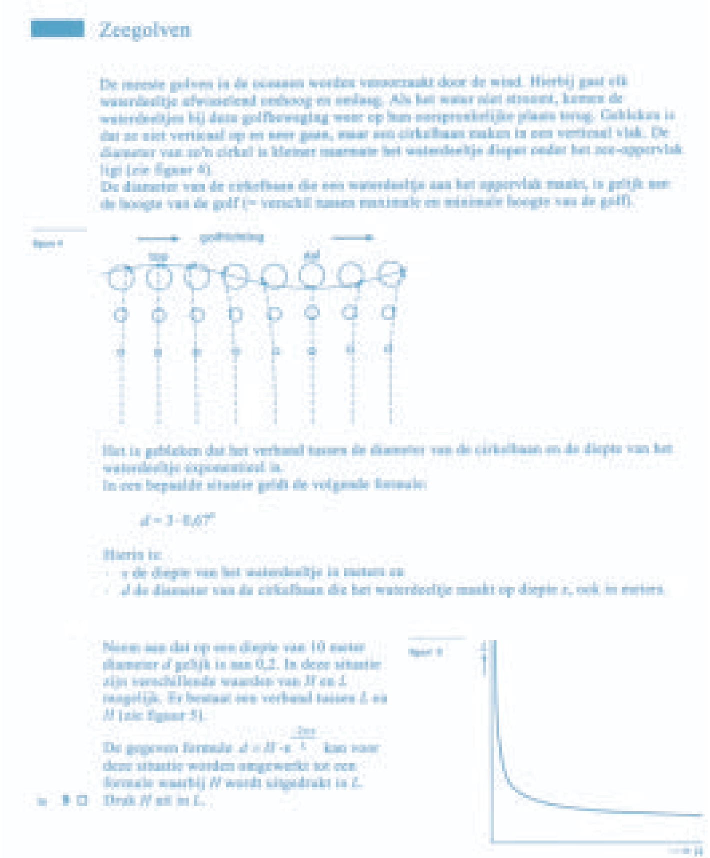
moest worden of deze aan een zekere norm voldeed bleek de best scorende vraag van dit examen met een p′-waarde van 91. Vraag 8 riep een enkele smalende reactie op waarbij gemeld werd dat een dergelijke academische exercitie weinig met de realiteit van doen zou hebben. De makers vinden echter dat een vraag waarbij indirect aan de orde gesteld wordt in hoeverre het gebruikte model, de logaritmische formule dus, realistisch is door naar de grenzen van het domein van de functie te vragen, heel goed passen bij het karakter van een vak als wiskunde A1.
In de opgave *Leugendetector* troffen we als laatste vraag een activiteit aan rond een voorwaardelijke kans (zonder dat deze als zodanig betiteld was) op basis van een tabel met percentages. Uit de analyse bleek dat 57% van de kandidaten geen enkel punt voor deze vraag wist te scoren. De betreffende vraag 12 bleek dan ook de moeilijkste vraag van dit examen met een p′-waarde van 23.
Opgave 4 van dit examen, met de titel *Vijvertest*, hield zich bezig met de meetgegevens rond de kwaliteit van vijverwater. Naar aanleiding van een tabel met deze gegevens werd zowel een vraag rond een lineair verband (vraag 13, met een p′-waarde van 75) als een vraag in verband met een exponentieel verband (vraag 14, met een p′-waarde van 30) gesteld. Deze laatste vraag bleek zodanig moeilijk dat precies de helft van de kandidaten geen punten haalde bij deze activiteit. Slechts 17% van de kandidaten haalde hier de maximale score van 4 punten.
De opgave *Leesbaarheid* stelde de zogeheten FOG-index aan de orde, een formule waarmee de leesbaarheid van teksten gekwantificeerd kan worden. In deze opgave waren twee vragen waarop de makers respons verwachtten. Dat bleek ook te kloppen: zowel vraag 18 (waarbij een ontbrekend getal bij een gegeven boxplot bedacht moest worden) als vraag 21 (waarbij de overeenkomst tussen een tweetal gegeven formules moest worden aangetoond) riep hier en daar commentaar op. De vraag rond de boxplot was inderdaad behoorlijk bewerkelijk en een enkel commentaar leek erop te duiden dat men het correctievoorschrift hier graag anders gezien had gezien het feit dat niet iedere kandidaat de opzet van het correctievoorschrift bleek te volgen. Het zal echter duidelijk zijn dat bij een dergelijke vraag de diversiteit aan antwoorden dermate groot is dat het correctievoorschrift slechts een (of enkele) van de te hanteren strategieën kan bevatten. De betreffende vraag bleek overigens de op-een-na-moeilijkste vraag van dit examen met p′-waarde 25. Vraag 21 was een vraag die een mooie ‘gemiddelde’ p′-waarde bleek te hebben: 59. Reacties van docenten leken daar in eerste instantie echter niet op te duiden. Docenten meldden dat ze vonden dat een dergelijke activiteit niet *des vwo-A1’s* zou zijn, hoe eenvoudig de algebraïsche handelingen hier ook waren. Het is naar aanleiding van het examen vwo-A1 zo langzamerhand wel een regelmatig terugkerend thema - waarin steevast door ons gesteld wordt dat

ook de A1-leerling geacht wordt enige kennis te hebben van algebraïsche manipulatie.
Al met al is het examen vwo-A1 in onze ogen een geslaagd examen. Ook de enquête die afgenomen is bij de regionale examenbesprekingen van de NVvW bevestigt ons in deze veronderstelling. De N-term van 1,2 leverde voor 73% van de populatie een voldoende voor dit examen op. Het gemiddelde cijfer van het A1-examen kwam met deze N-term op 6,3.

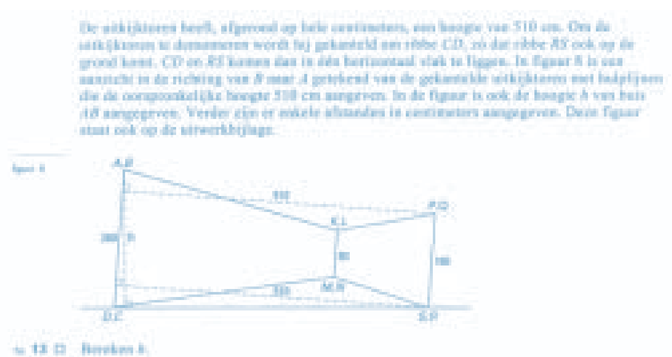
VWO-A12

Hoewel de eerste contexten in het examen vwo-A12 gelijk waren aan die in het A1-examen waren de vragen, op de beginopgave *Veel neerslag* na, enigszins verschillend; zie ook tabel 12 [VWO A12 2005].
Opgave 2, *Breedte van wegen*, maakte weliswaar gebruik van de ook in A1 voorkomende op logaritmische leest geschoeide formule maar de activiteiten die aan de orde kwamen waren profielspecifiek. Vraag 7, de tweede vraag van deze opgave, vroeg bijvoorbeeld naar een redenering die geschraagd werd door inzicht in het fenomeen dalende functie, waarbij geen gebruik gemaakt mocht worden van rekenapparatuur. De bijbehorende p′-waarde van 45 gaf al aan dat lang niet iedere leerling hier goed mee overweg wist en uit de analyse bleek verder dat 29% van de doelgroep hier in het geheel niet thuis gaf. Toch wist 24% van de leerlingen alle scorepunten alhier te behalen. De derde en laatste vraag van deze opgave, vraag 8, was gebaseerd op inzichtelijk opereren met de GR. De vraag bleek met een p′-waarde van 41, zoals ook wel verwacht, aan de moeilijke kant maar zeker niet desastreus: 30% van de leerlingen ging naar huis met het volle pond.
Opgave 3, *Leugendetector*, vertoonde deels overlapping met A1 maar de laatste twee vragen waren weer specifiek voor het A12-publiek.
Vraag 4, de slotvraag van deze opgave, betrof een hypothesetoets, toch min of meer een standaard-activiteit. Dat een aspect dat nagenoeg stelselmatig deel uitmaakt van een examen nog niet eenvoudig hoeft te zijn, kon ook hier waargenomen worden: deze vraag werd slechts door 14% van de kandidaten volledig goed beantwoord.
De twee laatste contexten van dit examen waren in zijn geheel profielspecifiek. De context *Paretokrommen* is een opgave die in samenhang met de opgave *Teksten vergelijken* uit het tweede tijdvak vwo-A 2004 over de wet van Zipf en de opgave *De wet van Benford* uit het tweede tijdvak vwo-A 2005 een aardig overzicht geeft van hetgeen er uit de wereld van waargenomen wiskundige regelmaat van grote verzamelingen data door constructie-groepsleden in examens verwerkt wordt. Uiteraard is dit geen garantie voor enige regelmaat in het scorepatroon van leerlingen. De eerste vraag van deze opgave vertoonde een bijzonder merkwaardige opbouw daarvan: de reeks 21-1-1-2-11-64 geeft weer dat 21% van de leerlingen geen enkel punt scoorde, 1% met 1 punt naar huis ging en eveneens 1% met 2 scorepunten, etcetera, om te culmineren in 64% van de populatie met een maximumscore van 5 punten. Dit lijkt sterk op een alles-of-niets-vraag en dat heeft wellicht te maken met de door een enkele docent als streng ervaren opmerking in het correctievoorschrift om geen enkel punt te verstrekken indien een leerling niets anders gedaan heeft dan de coördinaten van de twee relevante grafiekpunten na te rekenen. Die opmerking is overigens in de ogen van de makers nog steeds reëel daar de vraag toch om een echte uitleg vroeg. Diezelfde grafiek kwam ook bij de derde vraag van deze opgave weer aan de orde toen gevraagd werd om hiervan de iets eerder geïntroduceerde Pareto-aanduiding te geven. Deze vraag (p′-waarde 33) ging aan iets meer dan de helft van de leerlingen in zijn geheel voorbij: 52% van de leerlingen scoorde hier geen enkel punt. De laatste vraag van deze opgave betrof differentiëren, uiteraard binnen de context van het verschijnsel Paretokrommen. Dit was een van de meest becommentarieerde vragen van dit examen. Veel docenten vonden dat er nogal wat tekst overhoop gehaald werd voordat er gekomen werd tot een relatief eenvoudige differentieeropgave, en wellicht is dat ook de reden dat slechts 14% van de leerlingen hier de volle 5 punten scoorde. Jammer dat veel kandidaten kennelijk overweldigd bleken door de tekst, want alleen al het differentiëren (waar expliciet naar gevraagd werd) van de machtsfunctie die in de tekst genoemd werd leverde al 2 punten op.
De laatste opgave van dit examen, *Veel zalm*, betrof een discreet dynamisch model rond de fluctuatie in een zalmpopulatie. De opgave leverde nogal wat reacties op. Vraag 20 kon, zo merkte een enkele docent op, ook op een andere wijze opgevat worden maar ook hier werd niet duidelijk of er daadwerkelijk leerlingen zijn geweest die het probleem op deze onverwachte wijze interpreteerden. Wel is duidelijk dat vraag 20 met een p′-waarde van 29 een slecht scorende vraag was, iets wat niet geheel onverwacht kwam voor de samenstellers. Dat vraag 21 het nog een stuk slechter deed, was ietwat verrassender: de bijbehorende p′-waarde bleek 14. We vermoeden echter dat deze score niet zozeer aan de moeilijkheid van de beoogde activiteit te wijten is. Waarschijnlijk speelt de lengte van het examen ook een niet te verwaarlozen rol. Direct na afloop en ook via de regionale vergaderingen van de NVvW was al duidelijk geworden dat zowel docenten als leerlingen dit examen als behoorlijk lang ervaren hebben. Uit de analyse bleek dit eens te meer: van de bijna 2200 vwo-A12-leerlingen die in de analyse op basis van de versnelde correctie opgenomen zijn, bleken 307 kandidaten vraag 21 overgeslagen te hebben. Van alle vragen van dit examen was deze vraag daarmee ruimschoots de kampioen. Nummer 2 in deze rangorde (vraag 20) werd ‘slechts’ 203 keer overgeslagen. En minstens zo in het oog springend

FIGUUR 8 HAVO-B12



Zeegolven



FIGUUR 9 HAVO-B12 Uit: Uitkijktoren

is het feit dat ook van het beste kwart leerlingen er 40 waren die bij vraag 21 niets opgeschreven blijken te hebben. De conclusie lijkt dan ook gerechtvaardigd dat er iets mis was met de lengte van dit examen. Met name dit lengteargument heeft een rol gespeeld in de discussie rond de bepaling van de N-term. Die is vastgesteld op 1,0 waarmee het gemiddelde uitkwam op 6,2 en het percentage kandidaten met een onvoldoende 29% bleek te worden.
Tot slot moet nog opgemerkt worden dat de grafiek die hoorde bij het model van de opgave *Veel zalm* inderdaad in het gebied links van de top een onzuiverheid vertoonde. De werkelijke grafiek is aldaar iets minder steil dan de in het examen en de bijlage afgedrukte grafiek. De bijlage speelde een rol bij vraag 19 en gelukkig was het deel van de grafiek, bij de tweede evenwichtswaarde, dat relevant was voor deze activiteit correct. De enkele docent die over de grafische onzuiverheid klaagde had weliswaar het gelijk aan zijn zijde maar het enkele feit dat pas een week na afname de onzuiverheid voor het eerst aan het licht kwam, geeft al min of meer aan dat collega's tijdens hun correctie niet zijn gestuit op leerlingen die als gevolg hiervan bij vraag 19 in de problemen zijn gekomen.

Overlap VWO-A1/A12

Uit tabel 13 [Overlap VWO-A1/A12] kunnen we opmaken dat er 27 overlappunten in 2005 in dit tweetal examens zaten. Het is natuurlijk niet verwonderlijk dat de A12-kandidaten alle gemeenschappelijke vragen iets of veel beter dan de A1-kandidaten beantwoordden. De p′-waarde voor de A1-kandidaten voor de gemeenschappelijke vragen bleek 63 daar waar de A12-kandidaten aan p′-waarde 72 scoorden: een verschil van 9 dus. Ongeveer dit verschil in p′-waarde werd trouwens ook in 2004 geconstateerd: 53 versus 61. Hieruit is overigens af te lezen dat de overlap vorig jaar kennelijk iets moeilijker was dan dit jaar. Uit de enquête viel af te constateren dat docenten zich in meerderheid konden vinden in dit niveauverschil.
De vraag waar het verschil in vaardigheid het meest tot uitdrukking kwam, was de tweede vraag van *Leugendetector*, vraag 11 uit het A1-examen respectievelijk vraag 10 uit het A12-examen. Bij deze vraag werd de kandidaten gevraagd via een in de opgave uitgelegd algoritme de betrouwbaarheid van een specifieke steekproef uit te rekenen. Het is wellicht wat verbazingwekkend om bij met name deze vraag een zo groot vaardigheidsverschil te constateren: de hier aan de orde gestelde activiteit is in de ogen van de makers vrij routinematig en in dat opzicht wellicht heel vergelijkbaar met bijvoorbeeld de tweede vraag van *Meer neerslag* (zie figuur 10). De meer inzichtelijke vraag 5, de laatste van *Meer neerslag*, leverde een kleiner verschil in p′-waarde op: 52 versus 64. Wellicht interessant om deze verschillen in de loop van de komende jaren eens wat meer onder de loep te gaan nemen?

VWO-B

[Gerard Stroomer]

Drie klokuren was voor veel kandidaten te weinig om deze examens te maken. Er werd massaal doorgewerkt tot het eind van de zitting. Van de laatste vragen bleven er veel onbeantwoord, vooral bij wiskunde-B12 (bij vraag 20 vulde zelfs ruim 11% van de kandidaten niets in). Dat hadden wij van tevoren niet verwacht. Van docenten vernamen we direct na afloop van het examen dat ook zij dachten dat het werk in drie uur goed te maken zou zijn.
Natuurlijk hebben we ons afgevraagd hoe we ons zo konden vergissen. Hebben we ons verkeken op de algebraïsche vaardigheden (*ze kunnen het wel maar hebben weinig routine*)? Of hebben leerlingen weinig parate kennis (*ze moeten vaak zoeken op de formulekaart*)? Of gebruiken ze de grafische rekenmachine niet optimaal (*ze geven de voorkeur aan een algebraïsche oplossing*)? In ieder geval vinden wij het erg vervelend dat bij deze examens kandidaten in tijdnood gekomen zijn. De CEVO is gelukkig ruimhartig geweest bij het vaststellen van de N-term. Met N = 1,0 voor vwo-B1 (met gemiddeld cijfer 6,2 en 30% onvoldoende) en N = 1,2 voor vwo-B12 (met gemiddeld cijfer 6,4 en 27% onvoldoende) liggen de resultaten dicht bij die van de afgelopen jaren.
Bereken, bereken de exacte waarde van, bereken in één decimaal nauwkeurig… zijn opdrachten die in de verschillende methoden voorkomen maar daarin niet altijd hetzelfde betekenen. Afspraken daarover zijn gemaakt door de nomenclatuurcommissie, maar hun rapport kwam pas uit nadat de eerste boeken al gedrukt waren. Het nomenclatuurrapport is te vinden op de site van de NVvW (*www.nvvw.nl*). Over het werkwoord *bereken* staat in dit rapport:
Hierbij moet de berekening altijd opgeschreven worden; het antwoord mag ook een met de (grafische) rekenmachine gevonden antwoord zijn. Bij het gebruik van de grafische rekenmachine moet duidelijk worden aangegeven hoe men tot het antwoord komt. Wanneer een antwoord wordt vereist dat langs algebraïsche weg en niet via benaderingen met de (grafische) rekenmachine dient te worden gevonden, wordt dat in de vraagstelling expliciet aangegeven. Dit kan op de volgende manier: "Bereken (eventueel met een toevoeging als 'langs algebraïsche weg' of 'met differentiëren' of iets dergelijks) de exacte waarde van …"
In de examens volgen wij over het algemeen het nomenclatuurrapport. De opdracht *bereken* laat dus het gebruik van de grafische rekenmachine toe.
Er was dit jaar ook enige discussie over het verschil tussen *bereken de exacte waarde van* en *bereken exact de waarde van*. De eerste formulering is die uit het nomenclatuurrapport. De tweede formulering geeft beter de bedoeling weer: de berekening moet exact zijn, niet alleen de uitkomst. In de examens van de afgelopen jaren zijn beide formuleringen gebruikt.

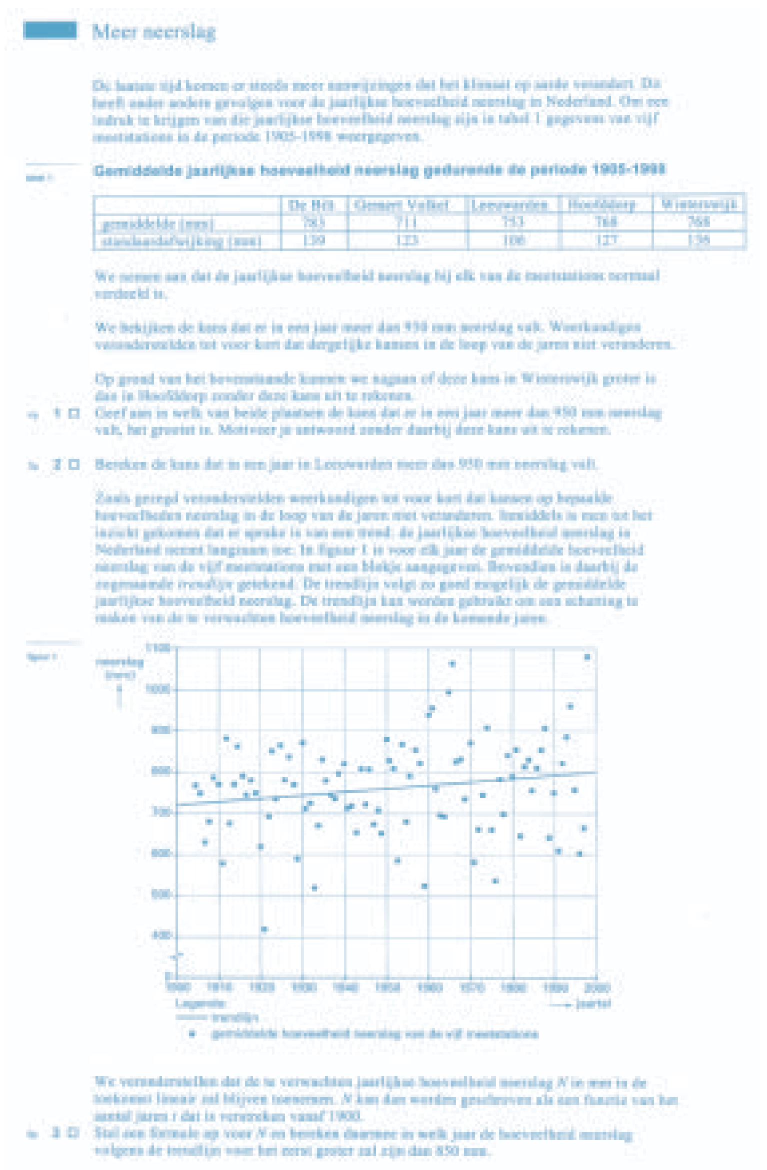
VWO-B1

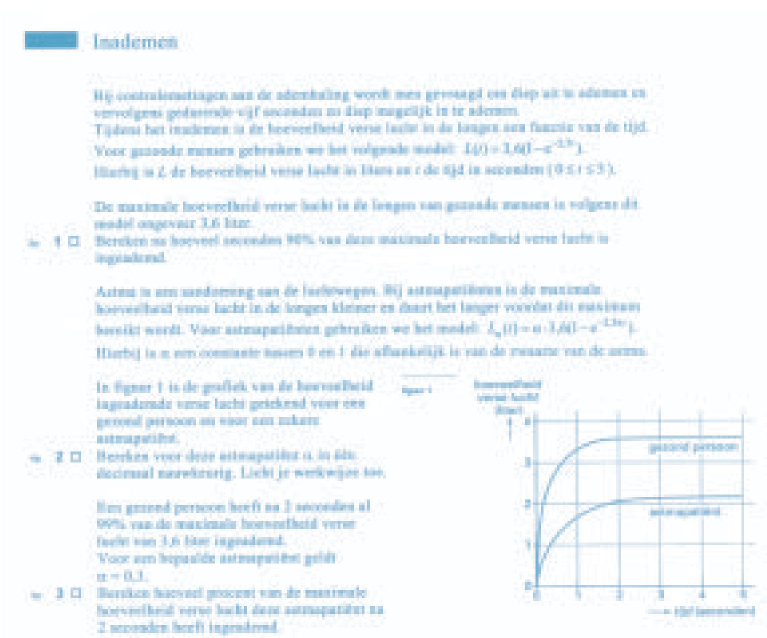
De gemiddelde kandidaat haalde voor dit examen 50,07 van de 87 punten, dus een gemiddelde p′-waarde van ongeveer 57,6; zie ook tabel 14 [VWO B1 2005].
Het examen opende met de opgave *Inademen* met modellen voor de hoeveelheid ingeademde verse lucht voor gezonde mensen en voor astmapatiënten (zie figuur 11). De hoge p′-waarden bevestigen dat dit een goede startopgave was. Enige verwarring was er over het toegestane antwoord 80% bij vraag 3. Aangezien de waarde van α (0,3) was gegeven met slechts één significant cijfer, verdient een antwoord met één significant cijfer (80%) de voorkeur boven een antwoord met twee significante cijfers (78%). Significantie komt weliswaar niet voor in het programma voor wiskunde-B, maar het wordt wel behandeld bij natuur- en scheikunde. Voor de meeste leerlingen is het dus een vertrouwd begrip. Het zou de samenhang tussen de profielen bevorderen als bij wiskunde-B ook gelet zou worden op significantie.
Bij het model van de astmapatiënt was het domein niet expliciet vermeld. In de tekst stond dat het langer duurt voordat het maximum bereikt wordt, maar de grafieken stonden in een plaatje waarin t van 0 tot 5 loopt.
Na de opgave *Lichaamsgewicht*, met vragen over de normale verdeling, en de opgave *Rechthoek om driehoek*, waarin goniometrie gevraagd werd, volgde de vrij talige opgave *De badkuipkromme*, waarin zowel analyse als kansrekening en statistiek getoetst werd. Sommige docenten vroegen zich af waarom bij vraag 13 niet een primitieve geëist werd, terwijl dat bij wiskunde-B12 wel het geval was. De reden hiervoor is dat in de opgave *Onafhankelijk van n*, die alleen bij wiskunde-B1 voorkwam, al geprimitiveerd moest worden. Ook was er verbazing dat de $\sqrt{n}$-wet in de opgave gegeven werd: dat moeten leerlingen toch zelf kunnen? Op dit punt zijn de eindtermen van wiskunde-A en wiskunde-B niet identiek. In de eindtermen van wiskunde-A staat explicieter dat de $\sqrt{n}$-wet toegepast moet kunnen worden dan in de eindtermen van wiskunde-B. Daarom is besloten hier het resultaat van het toepassen van de $\sqrt{n}$-wet te geven.
Het examen sloot af met twee pittige analyse-opgaven: *Richtingen* en *Onafhankelijk van n*. Vraag 17 was met een p′-waarde van 13 de moeilijkste vraag van het examen. De lage p′-waarden van de laatste drie vragen zijn voor een deel te wijten aan het gebrek aan tijd.

VWO-B12

De gemiddelde kandidaat haalde voor dit examen 51,31 van de 89 punten, dus een gemiddelde p′-waarde van ongeveer 57,6; zie tabel 15 [VWO B12 2005].
Voor een deel bestond dit examen uit dezelfde vragen als het examen vwo-B1.
De opgaven *Inademen* (zie figuur 11), *Rechthoek*

FIGUUR 10 VWO-A1 en VWO-A12





FIGUUR 11 VWO-B1 en VWO-B12

om driehoek en *De badkuipkromme* waren voor een deel gelijk aan de opgaven met dezelfde titels in het examen vwo-B1. De B12-kandidaten scoorden op de overlap hoger: gemiddeld haalden zij een p′-waarde die 9 hoger is dan die van de B1-kandidaten.
Na de opgave *Inademen* volgde de meetkundeopgave *Betwist gebied*. Met het tekenen hadden de leerlingen geen moeite, met het bewijs des te meer.
De opgave *Rechthoek om driehoek* was ten opzichte van het examen vwo-B1 uitgebreid met een meetkundevraag. Het gevraagde bewijs kon geleverd worden met behulp van de stelling van Thales en zijn omgekeerde. Omdat op de net nieuw verschenen formulekaart deze stelling en zijn omgekeerde verwisseld waren ten opzichte van de oude formulekaart, is door middel van een erratum aangegeven dat deze stellingen door kandidaten ook verwisseld mochten zijn.
De opgave *Richtingen* had ten opzichte van het examen vwo-B1 een extra vraag over voortgezette analyse. Na *De badkuipkromme* was er voor veel leerlingen nog maar weinig tijd over voor de laatste opgave: *Middens van bogen* (zie figuur 12). De lage p′-waarden voor deze vragen zijn voor een deel te wijten aan gebrek aan tijd.

VWO-A1/A12 Compex/IMEX-examen

[Harm Boertien]

In januari 2002 is voor de vakken wiskunde vwo-A1 en -A12 het exameninnovatieproject ‘IMEX’ (een deel van het project ‘Compex3’) van start gegaan. Het project heeft tot doel ervaring op te doen met de toepassing van ICT in de centrale examens. Onderzocht moet worden in hoeverre de computer nuttig kan zijn bij het examineren van de wiskunde voor vwo-A1- en vwo-A12-leerlingen. Kernvraag bij wiskunde is hoe men de meerwaarde die de computer heeft ten opzichte van de grafische rekenmachine kan vergroten.
Scholen konden zich inschrijven op vakken om met het IMEX-examen mee te doen. Dit jaar deden uiteindelijk 20 scholen mee. Ook voor volgend jaar geldt een inschrijvingsprocedure. Verdere informatie over de algemene opzet van het IMEX-project is te vinden op http://compex.citogroep.nl.
Aan het IMEX-examen wiskunde-A1 hebben 135 leerlingen deelgenomen en er waren 430 leerlingen die het IMEX-examen wiskunde-A12 maakten.

Opzet van het examen

Het resultaat van de constructie was zoals bedoeld een A1- en A12-examen dat voor ongeveer 70% uit vragen van het reguliere eerste tijdvak-examen bestond en voor 30% uit vragen bij contexten die gebruik van de computer vereisten. Het examen werd gepresenteerd in een tweetal opgavenboekjes, één met het reguliere deel en één met het IMEX-deel.

Het IMEX-deel bestond uit één computeropgave, waarbij leerlingen bij een aantal vragen het softwareprogramma Excel moesten kunnen gebruiken.
In de loop van de jaren zijn geleidelijk hogere eisen gesteld aan de beheersing van Excel. Dit jaar werden de eisen uitgebreid met het kunnen invullen en gebruiken van formules waarbij absolute en relatieve verwijzing aan de orde kon komen.

Het A1-IMEX-examen bestond dit jaar uit de computeropgave *Leesbaarheid van teksten*. Deze opgave behandelt de formules die wereldwijd gebruikt worden bij het beoordelen van de leesbaarheid van teksten. Het onderzoeksthema was: 'Komen de verschillende formules voor leesbaarheid onderling overeen en hoe werken die formules?'
Na een inleidend filmpje moesten leerlingen berekeningen en grafieken bij leesbaarheidsformules gebruiken om diverse vragen te beantwoorden; zie figuur 13 [Reading-age]. De laatste vraag betrof het veranderen van een zin in een spreadsheet zodanig dat de betekenis gelijk bleef maar de leesbaarheid (volgens de formules) groter toenam.

Het A12-IMEX-examen bestond dit jaar uit de computeropgave *Zalm*. Het onderzoeksthema was: 'Mogelijke groeimodellen bij de populatiegroei van zalmen en hoe kun je zonder te gaan overbevissen zoveel mogelijk zalm vangen?' De opgave behandelt het exponentieel-, logistisch- en het Ricker-model. Zie figuur 14 [Logistisch] over hoe het logistisch model gebruikt werd.

Afname van het examen

Als voorbereiding voor het examen hebben de leerlingen de gelegenheid gehad te ervaren wat er op het examen aan beheersing van computervaardigheden gevraagd zou worden. Daartoe zijn aan de docenten voorbeeldopgaven, de voorgaande examens en één A4-tje met algemene instructies uitgereikt. Die instructie gaat over het openen van een spreadsheet, de beveiliging ervan en het zo nodig bijstellen van het scherm.
Scholen mochten zelf beslissen hoe ze de organisatie van het examen wilden vormgeven. Ze konden op het examen alle leerlingen laten beginnen met het reguliere deel van het examen en hen daarna het computerdeel geven. Maar ze konden ook een heel andere afnameopzet kiezen: bijvoorbeeld de helft van de leerlingen laten beginnen met het reguliere deel en de andere helft met het IMEX-deel. Na enige tijd zullen dan de leerlingen van plaats moeten wisselen. Welke organisatievorm handig is, was ter beoordeling van de school.
De leerlingen zijn verder op de hoogte gesteld van de begin- en eindtijd van het examen. De duur van het examen kon een half uur langer zijn dan die van het reguliere landelijk examen.
Het examen zelf vond plaats in het computerlokaal. Naast de docent was er een systeembeheerder aanwezig om eventuele problemen met de computer te kunnen opvangen. De leerlingen kregen alle examenopgaven en -vragen op schrift. Ze moesten de antwoorden net zoals bij het reguliere examen op schrift zetten om de gebruikelijke correctie te kunnen laten uitvoeren. De leerlingen begonnen meestal met het reguliere deel, waarna ze de computeropgave gingen maken.
De afname is goed verlopen:
- met doorgaans ongeveer 5 lessen waren de leerlingen voldoende voorbereid op het examen;
- op veel scholen hebben de leerlingen eerst het reguliere deel gemaakt en daarna het computerdeel;
- tijdens het examen is er niet of zelden om hulp gevraagd;
- het computerdeel vroeg doorgaans iets meer tijd dan verwacht;
- er waren bij de afname geen technische problemen.

De correctie van de examens heeft geen extra problemen opgeleverd. De school kon gebruik maken van de reguliere procedures (WOLF of optisch leesbare formulieren).

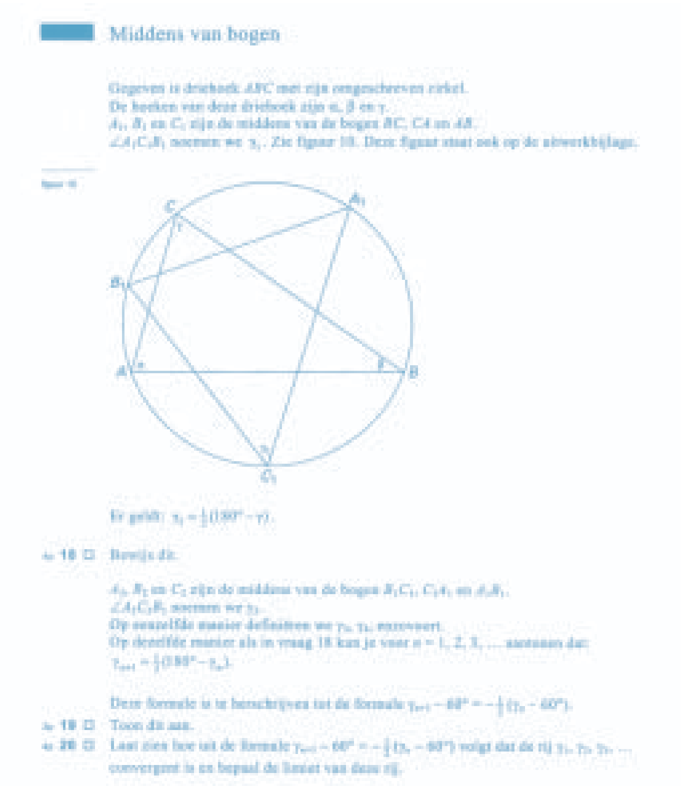
Examenresultaten

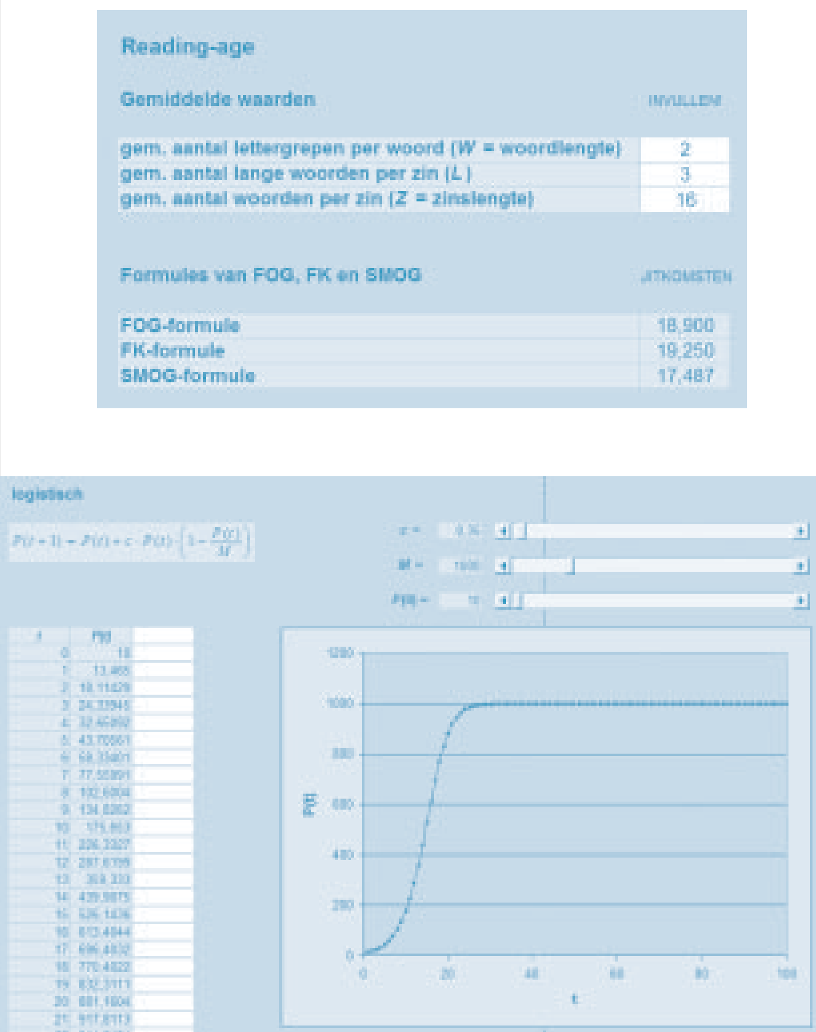
De examenresultaten op de 20 scholen hebben betrekking op de scores van een steekproef van 95 leerlingen die het A1-IMEX-examen gemaakt hebben en van 147 leerlingen die het A12-IMEX-examen maakten; zie tabel 16 [VWO A1-IMEX 2005] en tabel 17 [VWO A12-IMEX 2005].
Voor beide examens gold dat het IMEX-examen een beetje gemakkelijker bleek te zijn dan het reguliere examen en dat de leerlingen die de IMEX-examens deden iets vaardiger bleken. Dit laatste is ook te zien aan de scores van de A1- en A12-leerlingen op de overlapopgaven met het reguliere examen. Gemiddeld scoorden ze iets beter; zie tabel 18 [Overlap IMEX A1/A12 2005].
Bij de vragen van het IMEX-examen vwo-A1 valt op dat alleen vraag 17 erg moeilijk gevonden werd. Bij deze vraag moesten de leerlingen via het handig invullen van waarden in een spreadsheet de coëfficiënten in een formule bepalen. Op de laatste examenvraag werd 50% van het maximaal te behalen punten gescoord. Dit betrof de al eerder beschreven vraag waar men van een gegeven zin een tekst diende te maken die volgens de leesbaarheidsformules beter leesbaar is.
Bij het A12-examen vonden leerlingen de vragen 20 en 23 moeilijk. Bij vraag 20 moesten leerlingen met behulp van een formule aantonen dat M een evenwichtswaarde is en bij vraag 23 moesten leerlingen aangeven hoe ze de oplossing die ze met behulp van het spreadsheet gevonden hadden, ook met behulp van twee gegeven grafieken zouden kunnen vinden. Bij beide vragen is exact denken nodig. Dat is blijkbaar moeilijk.

Evaluatie van docenten en kandidaten

Volgens de docentenenquête verliepen voorbereiding, afname en correctie van het IMEX-examen goed. Dit alles kostte de meerderheid van de docenten

FIGUUR 12 VWO-B12





FIGUUR 13 VWO-A1 Compex

niet of zeer weinig extra tijd in vergelijking met het reguliere examen. Zij hadden naast waardering echter ook kritische opmerkingen. Die gingen over de meerwaarde van de computer. Vorig jaar was de belangrijkste opmerking in de enquête dat de meerwaarde van de computer vooral naar voren zou moeten komen in het actiever gebruik van Excel.
In de examens van dit jaar moesten de leerlingen zelf formules in cellen kunnen invullen. Hoewel dit sommige docenten (terecht) nog niet ver genoeg gaat, is de kritiek dit jaar vooral dat er in het IMEX-examen naar verhouding minder vragen moeten voorkomen waarin gebruik van de computer niet nodig is.
De huidige IMEX-opgaven bevatten tussen de 'computervragen' relatief veel theoretische hulp- en tussenvragen om de 'computervragen' binnen het bereik van de leerlingen te brengen. Een belangrijke functie van deze verbindende vragen is om leerlingen die bepaalde computervragen niet kunnen beantwoorden, de gelegenheid te geven opnieuw aan te sluiten bij de beantwoording van vervolgvragen. Een vermindering van het aantal niet-computervragen in het examen komt in feite neer op bijstelling van de huidige opzet van het examen. Eén van de aandachtspunten in de komende tijd is daarom: nagaan of een andere opzet van de IMEX-vragen mogelijk is.
De gegeven kritiek verhindert overigens niet, dat zo'n 85% van alle docenten vindt dat deze vorm van examineren (onder voorwaarden) in de nabije toekomst in het reguliere examen moet worden opgenomen.

Uit de leerlingenenquête van dit jaar bleek dat de leerlingen doorgaans vonden dat ze goed waren geïnformeerd over de opzet van het IMEX-examen. Het merendeel had echter slechts een deel van de voorbeeldopgaven gemaakt. Hun indruk was dat de computeropgaven ongeveer even moeilijk waren als de gewone opgaven, maar dat het maken ervan minder tijd kost dan het maken van de gebruikelijke examenopgaven. Ondanks dit had een grote groep leerlingen (37%) liever de gewone schriftelijke vragen. Verder vond 30% van de leerlingen het een slecht idee om in de toekomst de antwoorden op de computer te moeten geven en 47% vond het erg vervelend wanneer het gehele examen van het computerscherm gelezen zou moeten worden.
Ook vond 27% van de leerlingen een IMEX-examen in de gegeven vorm op de computer prettiger dan een gewoon examen, 42% van de leerlingen had geen voorkeur en van 32% 'hoefde het IMEX-examen helemaal niet', wat redelijk overeenkomt met de uitkomsten van de enquête van vorig jaar.

Toekomst van het IMEX-project

Bij de toetsconstructie van IMEX-opgaven wordt de computer beschouwd als een extra hulpmiddel naast de GR. Van de leerlingen die het IMEX-examen doen, wordt dan in vergelijking met de leerlingen die

het reguliere examen doen wiskundig inhoudelijk gezien niets extra's gevraagd. De eindtermen voor het IMEX-examen zijn dus dezelfde als die voor het reguliere examen, waarbij de algemene eindtermen over computergebruik extra nadruk krijgen. Er wordt dan ook extra beheersing van de te gebruiken software gevraagd. Binnen dit kader is er tot nu toe bij de IMEX-examenconstructie ook sprake geweest van een jaarlijkse ontwikkeling van de examenvorm. Zo zijn in het afgelopen jaar de te beheersen Excel-vaardigheden uitgebreid. Ook is de computer ingezet voor visualisatie van problemen (kleine applet-achtige programmaatjes) naast de inzet voor rekenkracht.
De natuurlijke interactie tussen vakinhoud en het hulpmiddel computer zorgt er echter wel voor dat de op te lossen wiskundeproblemen een andere 'inhoudelijke kleur' krijgen. Dit verschijnsel is enigszins te vergelijken met het veranderen van het karakter van de opgaven ten gevolge van het invoeren van de GR, waardoor naast het exact kunnen oplossen van problemen een numeriek-grafisch oplossen ervan mogelijk wordt.
De opmerkingen van docenten en leerlingen laten zien dat de wens sterk leeft om in de komende jaren de inzet van de computer behoorlijk veel groter te laten zijn maar dat daar als extra voorwaarde aan gesteld zou dienen te worden dat de meerwaarde van de computer sterker zichtbaar wordt in de opgaven. Dit ondersteunt een reeds in gang gezet Cito-initiatief om te bezien welke andere software dan Excel geschikt is om bij examenopgaven te gebruiken.
Gezien de huidige opzet van het IMEX-examen komen de wensen van de docenten erop neer dat:
- er naast Excel ook andere software gebruikt zal worden;
- er nog meer eisen aan de beheersing van de aan te wijzen software (waaronder Excel) gesteld moeten worden;
- de IMEX-opgaven naar verhouding minder 'niet-computervragen' dan voorheen gaan bevatten.

Welke oplossing men hiervoor ook kiest, deze zal wel tot gevolg hebben dat leerlingen extra oefentijd voor het examen moeten hebben.

Een complicatie voor het realiseren van de wensen tot uitbreiding van software is dat de CEVO momenteel hierbij de nodige eisen stelt. Zo moet de software eerst in een apart project bewezen hebben bruikbaar te zijn en mogen de kosten voor het gebruik op scholen niet te groot zijn. Een andere complicerende factor is dat het hele wiskunde-examenprogramma geleidelijk vernieuwd wordt. Bij het genoemde onderzoek om te komen tot softwareverruiming op het vwo-A-IMEX-examen zal uiteraard met beide factoren rekening gehouden moeten worden.

Over de auteurs

Harm Boertien, Petra Boon, Anita de Bruijn, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Gerard Stroomer zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem (website: www.citogroep.nl). Hun e-mailadressen zijn achtereenvolgens harm.boertien@citogroep.nl, petra.boon@citogroep.nl; anita.debruijn@citogroep.nl, kees.lagerwaard@citogroep.nl, ger.limpens@citogroep.nl en gerard.stroomer@citogroep.nl.

Verschenen / Basisboek wiskunde Auteurs: Jan van de Craats, Rob Bosch Uitgever: Pearson Education Benelux (2005) Prijs € 29,95 ISBN 90-430-1156-8

Uit het voorwoord: 'Dit boek bevat alle basiswiskunde die nodig is als ingangsniveau voor een universitaire of HBO-studie op het gebied van de bètavakken, informatica, economie en verwante studierichtingen. (...) Net als bij iedere vaardigheid, of het nu om voetballen, pianospelen of het leren van een vreemde taal gaat, is er ook maar één manier om wiskunde onder de knie te krijgen: veel oefenen. Bij voetballen moet je trainen, bij pianospelen studeren en bij het leren van een vreemde taal woordjes leren. Zonder basistechniek kom je nergens; bij wiskunde is het niet anders.'

In Basisboek wiskunde spelen oefeningen een centrale rol. Op de linkerbladzijden staan de opgaven, op de rechterbladzijden de bijbehorende uitleg. De lezer wordt geacht eerst de opgaven te beantwoorden en in geval van noodzaak de rechtertekst te raadplegen. De meer bedreven lezer die meer over de wiskundige achtergronden wil weten, vindt achterin drie hoofdstukken zonder opgaven met verdere verklaringen. Een formuleoverzicht, trefwoordenregister en alle antwoorden completeren het boek.