

# Wiskunde-examens 2007, 1e tijdvak

[ Anita de Bruijn, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Paul van der Molen, Melanie Steentjes en Gerard Stroomer ]

In dit overzichtsartikel treft u de verzamelde bijdragen van de verschillende Cito-medewerkers aan. De bijdragen over de diverse wiskunde-examens worden voorafgegaan door een algemener gedeelte met daarin een overzicht van de diverse bij de eerste tijdvakken wiskunde-examens 2007<sup>[1]</sup> uiteindelijk vastgestelde N-termen, onvoldoendepercentages en bijbehorende gemiddeldes.

Zie pagina 15 e.v. voor de tabellen.

## Dank

Ook dit jaar weer hebben veel docenten zich – ondanks de soms grote tijdsdruk als gevolg van een ongelukkige combinatie van verschillende wiskundevakken die gecompriëerd tegen het einde van de examenperiode afgenomen werden – nauwgezet van hun correctietaak gekwetend en direct daarna de resultaten daarvan via WOLF aan Cito doorgegeven. Om de analyses te maken op grond waarvan de N-termen bepaald worden, zijn deze gegevens van groot belang. Ook de uitkomsten van de regionale examenbesprekingen zowel in de vorm van verslagen als van enquêtes geven ons steeds veel informatie waarmee we de recente examens goed kunnen analyseren. Bij dezen een woord van dank aan iedereen die daaraan op de een of andere wijze heeft meegewerkt. Leden van de CEVO-vaksecties wiskunde, leden van constructiegroepen wiskunde en niet in het minst de toetsdeskundigen wiskunde van Cito zijn allen erg afhankelijk van deze verschillende vormen van feedback bij hun streven iets te leren van de recente examenervaringen.

Overigens is dit misschien ook wel de plaats om de vrees uit te spreken dat de interesse om deel te nemen aan met name die regionale vergaderingen gestaag lijkt af te nemen. Mocht die trend zich doorzetten, dan zal ongetwijfeld het moment nabij zijn dat de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren zich gaat bezinnen op deze besprekingen. Als het gevolg daarvan zou zijn dat we deze informatie (of vergelijkbaar) niet meer tot onze beschikking zouden hebben, dan zou dat erg jammer zijn.

## Forum

Van het Forum op de internetsite van de NVvW wordt in toenemende mate gebruik

gemaakt. Ook de examenmakers kijken daar in examentijden uiteraard regelmatig om te zien welke kanttekeningen het veld maakt bij hun examens. Ook dat is voor allen een leerzame ervaring. De eerlijkheid gebiedt ons te zeggen dat er, behalve een verzameling terechte kanttekeningen bij formuleringen in examens en correctievoorschriften, ook een forse hoeveelheid opmerkingen van aan-wal-staande stuurlieders te vinden is. Je zou soms denken dat het storm zou lopen op het moment dat Cito weer eens een vacature voor een constructiegroep meldt (nagenoeg jaarlijks aan te treffen in uw landelijke dagblad en tegenwoordig ook in de Wiskunde-brief). Dat is meestal niet het geval...

Ook – en dat is misschien wel betreurenswaardiger – zijn er opmerkingen op de betreffende forumpagina's te vinden die (in de meest optimistische interpretatie) getuigen van een wel erg snelle wens tot reageren. Iets langer nadenken zou een aantal respondenten wellicht kunnen beperken in de veelheid van hun uitingen. De interpretatie dat sommige van deze reacties niet ingegeven zouden zijn door de wens tot snel reageren, maar veroorzaakt zouden worden door een niet altijd al te diepgravende vak-kennis is hier en daar ook al geuit, maar is voorshands niet de onze.

## Aantallen leerlingen bij de verschillende examens

In tabel 1 [Leerlingenaantallen 2007] treft u de verschillende opgegeven deelnemersaantallen bij de examens 2007 aan (zie pag. 15 e.v.). In deze aantallen zit ook dit jaar weer een zekere onnauwkeurigheid. Het feitelijk aantal kandidaten is altijd enkele procenten lager dan het opgegeven (en in de

tabel vermelde) aantal, omdat scholen nog steeds een zekere veiligheidsmarge in hun bestellingen inbouwen.

## Verzamelde N-termen

In tabel 2 [Verzamelde N-termen] treft u de diverse N-termen aan zoals ze dit jaar zijn vastgesteld. De in de tabel opgenomen N-termen worden in de bijdragen over de diverse examens wiskunde nogmaals vermeld. Verder treft u daar ook de bij de verschillende vragen gescoorde p'-waarden aan. Voor de goede orde bij dezen de definitie van dit begrip: *de p'-waarde van een vraag drukt de gemiddelde score uit in een percentage van de maximale score van die vraag.*

## VMBO BB

### [Anita de Bruijn]

Voor het reguliere centraal schriftelijke examen scoorden de kandidaten uit de steekproef gemiddeld 26 van de 50 punten. De CEVO heeft de N-term vastgesteld op 1,7 met een correctie van 0,2 voor vraag 11. Hiermee kwam het gemiddeld cijfer op 6,6 en het percentage onvoldoende op 23. Voor een vergelijking met andere jaren zie tabel 3 [VMBO BB vanaf 2003]. In tabel 4 [VMBO BB 2007] zijn de gegevens per vraag verwerkt.

De eerste opgave *Munten sparen* was een opgave uit het domein rekenen. Door de lage scores van de kandidaten uit de steekproef op de vragen 4 en 5 viel de p'-waarde van de opgave als geheel tegen. Bij vraag 4 binnen deze opgave, waarin de kandidaten het gespaarde bedrag vanuit een gegeven aantal munten met de verhouding 2 : 1 moesten berekenen, behaalde 30% van de kandidaten uit de steekproef de maximale score van 3 punten. Voor 56% van de

## Hartslag



Als je gaat sporten is het verstandig dat je je maximale hartslag weet. De maximale hartslag hangt af van de leeftijd. De onderstaande vuistregel wordt gebruikt om de maximale hartslag voor mannen te berekenen.

$$\text{maximale hartslag} = 220 - \text{leeftijd}$$

Hierin is maximale hartslag het aantal hartslagen per minuut en leeftijd in jaren.

13. Mark is 40 jaar oud.  
 → Wat is volgens bovenstaande vuistregel de maximale hartslag van Mark? Schrijf hieronder je antwoord op.
14. De maximale hartslag kan ook via een test bepaald worden. Dirk, een vriend van Mark, legt zo'n test af. Na de test weet Dirk dat zijn maximale hartslag 174 is.  
 → Bereken hoe oud Dirk volgens bovenstaande vuistregel zou zijn. Schrijf hieronder je antwoording op.

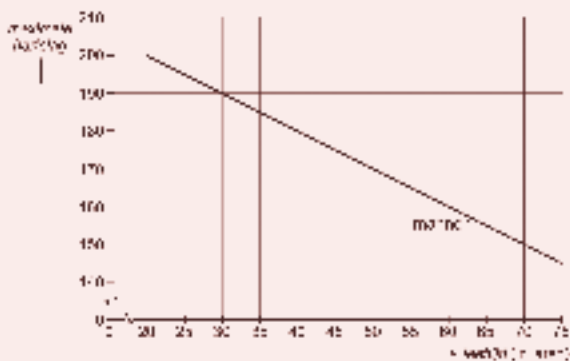
Op vrouwen geldt een soortgelijke vuistregel als bij mannen, namelijk

$$\text{maximale hartslag} = 225 - \text{leeftijd}$$

Hierin is maximale hartslag het aantal hartslagen per minuut en leeftijd in jaren.

15. In het seizoen staat hieronder de geslacht dia hoor bij de vuistregel voor mannen getekend.  
 → Teken in dit seizoen-tabel de grafiek die bij de vuistregel voor vrouwen hoort. De x- en y-assen zijn hierin ook al getekend.

maximale hartslag (in aantal hartslagen per minuut)	20	30	40	50	60	70
leeftijd (in jaren)						



figuur 1 VMBO-BB

kandidaten uit de steekproef was het een te lastige klus. Zij behaalden namelijk geen enkel punt voor deze vraag.

De vraagstelling bij vraag 5 heeft achteraf gezien veel kandidaten op het verkeerde been gezet. Uit reacties die binnen gekomen zijn, blijkt dat BB-leerlingen bij de vraag 'Wie van de twee zusjes zal door te sparen het eerst haar bedrag na 3 maanden verdubbeld hebben?' als antwoord 'Anne' of 'Jasmijn' willen geven. Veel van deze leerlingen komen niet op het idee dat het bij allebei ook even lang kan duren.

De eerste twee vragen van de opgave *Champagnetoren* waren voor de meeste kandidaten uit de steekproef geen probleem. Met de derde vraag hadden de kandidaten ondanks de opstap van vraag 7 meer problemen dan de examenmakers vooraf hadden voorzien.

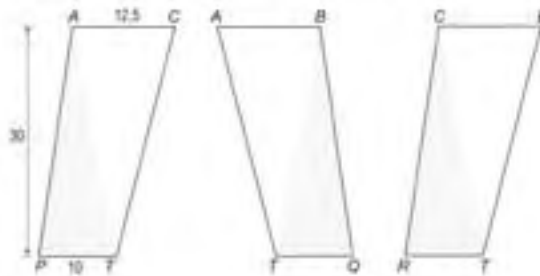
Bij de opgave *Kippenhok* was er bij vraag 11 kritiek op de vraagstelling. De critici vonden dat er 2,4 m<sup>2</sup> aan materiaal nodig was om het puntdak te bedekken en dat er 3 m<sup>2</sup> gekocht moest worden. Volgens die critici moest de maximale score van 3 punten toegekend worden aan het antwoord 2,4 in plaats van 3. Bij vraag 11 werd echter niet naar de oppervlakte van het puntdak gevraagd, maar naar de hoeveelheid materiaal om het puntdak te bedekken. De oppervlakte van het puntdak was 2,4 m<sup>2</sup>. Het materiaal werd verkocht per hele m<sup>2</sup>. Er was dus 3 m<sup>2</sup> nodig. Achteraf gezien had in de eerste zin van de stam beter kunnen staan dat 'Hetty op zoek ging naar materiaal om het *punt*dak te bedekken' in plaats van 'materiaal om het dak te bedekken'. Het dak was namelijk groter dan alleen het puntdak. Er was ook nog een stuk plat dak. Als kritiek kon aangedragen worden dat er pas afgerond ging worden nadat de totale oppervlakte van het dak uitgerekend was. De N-termcorrectie ter grootte van 0,2 stond hiermee in verband. Vraag 11 is door de kandidaten het slechtst gemaakt. Slechts 3% van de kandidaten uit de steekproef behaalde de maximale score van 3 punten en 78% scoorde geen enkel punt bij deze vraag. Een oorzaak voor de slechte score moet misschien gezocht worden in het feit dat in het land ten onrechte de gedachte leeft dat de benodigde woordformules bij de vragen vermeld moeten worden. Voor vraag 11 zou dat betekenen dat de formule voor de oppervlakte van een driehoek gegeven had

## Vaas

Hieronder staat een foto van een vaas en daarnaast de schematische tekening van deze vaas.



De vaas bestaat uit drie kunststof plaatjes. Deze plaatjes  $PTCA$ ,  $TQBA$  en  $RTBC$  zijn even groot en zo tegen elkaar gelijmd dat  $TABC$  een piramide is met een gelijkzijdige driehoek  $ABC$  als grondvlak.



Alle kunststof plaatjes zijn 30 cm hoog.

De lengte van  $AC$  is 12,5 cm en de lengte van  $PT$  is 10 cm.

De bovenkant van de vaas is een gelijkzijdige driehoek  $ABC$  met zijden van 12,5 cm.



- 10 Laat met een berekening zien dat de hoogte van driehoek  $ABC$  ongeveer 10,63 cm is.
- 11 Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van driehoek  $ABC$  ongeveer 57,7  $\text{cm}^2$  is.

figuur 2 VMBO-KB

moeten zijn. Wie het examenprogramma er echter op na slaat, kan onder andere lezen dat de kandidaten de oppervlakte en omtrek van een driehoek, rechthoek en figuren die daaruit samengesteld zijn gewoon moeten kunnen berekenen zonder dat de woordformules gegeven zijn. De toetsmakers hebben zich dus netjes aan het examenprogramma gehouden.

Bij de opgave *Hartslag* (zie figuur 1) is helaas een fout in de tabel bij vraag 15 blijven staan. Via een aanvulling op het correctievoorschrift is de correctoren gemeld aan vraag 15 altijd de maximale score van 2 punten toe te kennen.

Bij vraag 18, van de opgave *Studeerkamer*, moesten de kandidaten berekenen hoeveel graden de stompe hoek was die de tafelpoot met het tafelblad maakte. Het antwoord op deze vraag moest berekend worden door gebruik te maken van de kennis over 'eigenschappen van hoeken'. Op deze manier bezig zijn met het begrip hoek was relatief nieuw op een examen, maar wel gewoon examenstof. De gevraagde vaardigheid van vraag 19, de lengte opmeten in een tekening en daarna met behulp van de gegeven schaal de werkelijke lengte berekenen, is vaker in een examen voorgekomen. De kandidaten zouden er dus mee bekend moeten zijn. Het hoge percentage van 55 voor de nul-score was daardoor opvallend.

De opgave *Besproeien van planten* is door de kandidaten uit de steekproef het slechtst gemaakt. De eerste vraag uit deze context was voor de kandidaten uit de steekproef nog wel te doen. De echte problemen kwamen bij de laatste twee vragen. Was tijdgebrek voor de kandidaten het probleem of was de grote hoeveelheid informatie het struikelblok waardoor de kandidaten niet wisten hoe aan deze twee vragen te beginnen? Dat laatste zal voor de examenmakers zeker een aandachtspunt zijn tijdens de productie van nieuwe opgaven.

Naast schriftelijk is het centraal BB-examen voor wiskunde evenals de twee voorgaande jaren ook digitaal afgenomen. Het aantal deelnemende scholen in de pilot was ten opzichte van vorig jaar verdubbeld waardoor het totaal op 200 kwam. De scholen hadden voor de eerste afname de beschikking over zes varianten. Daarnaast waren er nog drie varianten beschikbaar voor de kandidaten die gebruik maakten van de herkansingsregeling. In tegenstelling tot

andere deelnemende vakken aan de pilot was de tijdsduur van het wiskunde-examen 90 minuten.

De intentie was om voor alle negen varianten dezelfde N-term vast te stellen. Tijdens de analyses van de resultaten van de kandidaten bleek echter, dat één van de varianten significant moeilijker was dan de overige varianten. Dit is later verrekend door middel van een aanpassing. Voor alle varianten werd de N-term vastgesteld op

1,9. Bij de significant moeilijker variant moesten de scores van de kandidaten met 3 scorepunten verhoogd worden voordat de toepassing van de N-term tot een cijfer leidde.

**In tabel 5** [VMBO BB 2007 digitaal] zijn de gegevens van de vragen verwerkt die horen bij de digitale versie van de context *Hartslag*.

De eerste twee vragen van de digitale versie waren identiek aan de reguliere papieren


versie. Bij de derde vraag van de digitale versie moesten de kandidaten het antwoord vinden op twee beweringen die hoorden bij de getekende grafieken. De maximale score van deze vraag was 1 punt. Dit betekende dat de kandidaten beide beweringen goed beantwoord moesten hebben om de score van 1 te behalen. Hierdoor behaalde 41% van de kandidaten geen enkel punt voor deze vraag. Bij de laatste vraag van deze context in de digitale versie moesten de kandidaten het percentage met behulp van de schuifbalk veranderen. Door het gebruik van een schuifbalk kan de kandidaat verschillende grafieken bekijken. Dit gebruik van de schuifbalken breidt het scala aan mogelijkheden om iets te doen aan de vaardigheid 'aflezen uit een grafiek' in onze ogen op een prettige manier uit.

#### VMBO KB en GL/TL [Melanie Steentjes]

Het niveau van de vmbo-examens voor zowel kaderberoeps (KB) als gemengde leerweg/theoretische leerweg (GL/TL) werd dit jaar door leerlingen en docenten erg hoog gevonden. Leerlingen klaagden massaal bij het LAKS. Bij de GL/TL-examens kreeg het examen wiskunde dit jaar 28% van alle klachten. Bij de KB-examens was dit maar liefst 45%. Traditiegetrouw kwamen er weinig reacties op het forum van de NVvW over het KB-examen. Docenten die het forum wisten te vinden, klaagden wel allemaal over het (te) hoge niveau van het examen. Bij GL/TL waren de reacties iets positiever. Ook hier vond met het examen duidelijk lastiger dan vorig jaar, maar men leek hier in het algemeen niet ongelukkig mee te zijn.

Bij de examenbesprekingen kwam verder naar voren dat men de leesbaarheid van beide examens slecht vond. Er is dit jaar geprobeerd om de leesbaarheid van beide examens te verbeteren door bijvoorbeeld zoveel mogelijk overbodige tekst te schrappen. Minder tekst bij contextrijke wiskunde wordt lastig. Het enige dat de leesbaarheid nog lijkt te kunnen vergroten, is het introduceren van kale, contextloze opgaven. Ook blijken sommige docenten nog niet te weten welke meetkundige formules nu wel gegeven worden op het examen en welke niet. In het examenprogramma is dit heel duidelijk terug te vinden. Hierin staat dat leerlingen de omtrek en oppervlakte van een cirkel en de inhoud van prisma, kegel,

piramide, bol en cilinder moeten kunnen berekenen met *gegeven* (woord)formules. De oppervlakte van een driehoek of de inhoud van een balk moeten leerlingen kunnen berekenen zonder *gegeven* (woord)formules. Vanaf komend jaar wordt de wisseling tussen statistiek en meetkunde bij het Centraal Examen afgeschaft. Dan zal steeds het domein meetkunde bij het Centraal Examen worden getoetst. Wellicht raakt men op die manier meer vertrouwd met de gegeven formules en behoren onduidelijkheden hierover dan tot het verleden. We bekijken beide examens nader.

#### VMBO KB

Het KB-examen wiskunde bevatte 25 vragen waarmee in totaal 79 punten behaald konden worden. **In tabel 6** [VMBO KB 2007] is een overzicht van p'-waarden per vraag te vinden.

Het examen startte met de context *Helikopter* (**zie pag. 18**). Dat bleek met een gemiddelde p'-waarde van 46,3 geen makkelijke startopgave. De context *Sauna* of de context *Volleybal* was bij nader inzien beter geweest als startopgave. Vooral de laatste vraag, waarin de toename van het bereikbare gebied berekend moet worden bij een nieuw type helikopter, werd slecht gemaakt. De volgende context, *Volleybal*, scoorde beter. Wel was opvallend dat de eerste vraag relatief moeilijk werd gevonden. Maar liefst 43% van de leerlingen wist hier geen enkel punt te scoren. Om het antwoord te vinden moest 0 ingevuld worden in een gegeven formule. Waarschijnlijk zat de moeilijkheid hier in het vertalen van de context naar wiskunde. Iets dergelijks leek ook te spelen bij vraag 7.

De context *Vaas* scoorde zeer matig (**zie figuur 2**). Een veelgehoorde klacht betrof de onduidelijkheid van de foto. Hierdoor was het voor leerlingen lastig om zich een voorstelling van de vaas te maken. Er is bij deze context geen enkele vraag met een p'-waarde van meer dan 40. Dit wekt vooral verbazing bij vraag 10 en vraag 11. Relatief veel leerlingen sloegen deze vragen over. Bij vraag 10 moest de hoogte van een gelijkzijdige driehoek berekend worden en bij vraag 11 moest vervolgens de oppervlakte van deze driehoek berekend worden. Het lijken beide standaardvragen. Ook zijn in beide gevallen de antwoorden in de vraag gegeven. Waar hier de moeilijkheid in zit voor leerlingen, blijft gissen. Het kan niet de

vertaling vanuit de context zijn, de driehoek is namelijk gegeven en getekend. Wellicht vinden leerlingen het lastig als het antwoord al gegeven is in de vraag. Of ze weten niet hoe ze de oppervlakte van een driehoek moeten berekenen. Vraag 12 (inhoud van de vaas berekenen) werd als moeilijkste vraag bij deze context ervaren met een p'-waarde van 17. Op het correctievoorschrift bij deze vraag volgde overigens nog een erratum. Gezien de context is '0,6 liter' het juiste antwoord. Het antwoord '0,7 liter' mocht ook goed gerekend worden. De laatste vraag, een inzichtvraag over het verband tussen de tijd en de waterhoogte tijdens het vullen van de vaas, scoort redelijk (p'-waarde van 31). *Temperatuur in de sauna* scoorde met een gemiddelde p'-waarde van 60,3 het beste in dit examen. Vraag 15 bleek de lastigste vraag van deze context. Bij deze vraag moesten leerlingen een formule maken die het verband beschrijft tussen de hoogte en de temperatuur. De volgende vraag scoorde het beste van het hele examen. Er moest een grafiek getekend worden die 10 graden boven de gegeven grafiek ligt. Maar liefst 88% van de leerlingen scoorde hier alle punten.

En toen volgde de context *Wandkleed* (**zie pag. 19**). De pittigste context van het hele examen. De eerste vraag (vraag 18) gaf al direct moeilijkheden omdat sommige leerlingen deze hoeknotatie (de drieletternotatie *BAD* om precies te zijn) niet bleken te kennen. Bij vraag 20 en 21 haakten leerlingen massaal af. 78% respectievelijk 81% van de leerlingen scoorde hier geen enkel punt. Op het forum en bij de examenbesprekingen kwam naar voren dat veel leerlingen bij vraag 20 met schaalrekenen aan de slag gingen vanuit de schaaltekening die ze bij vraag 19 gemaakt hadden. Omdat niet expliciet vermeld stond dat dit niet de bedoeling was, kon dit op vakinhoudelijke gronden goedgekeurd worden. De laatste context van het examen was *Bergwandeling*. De eerste drie vragen gingen redelijk goed. Bij de laatste vraag moesten leerlingen met behulp van een hoogtelijnkaart de lengte van een kabelbaan berekenen. Dit bleek voor veel leerlingen te lastig; men sloeg deze vraag over of men scoorde geen enkel punt. Deze vraag is ook nog eens 6 punten waard. In de toekomst zullen we vragen met veel scorepunten aan het eind van een examen zoveel mogelijk vermijden. De CEVO besloot de N-term vast te stellen



op 2,5. Dat resulteerde in een examen met 29% onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,2.

### VMBO GL/TL

Het GL/TL-examen bestond uit 25 vragen met in totaal 83 punten. **In tabel 7** [VMBO GL/TL 2007] is een overzicht van p'-waarden per vraag te vinden.

De context *Volleybal* was een prettige instapopgave voor de leerlingen. Het gegeven dat Marit 1 meter achter de achterlijn staat, veroorzaakte wel enkele fouten. Vraag 3 scoorde, net als bij KB, het slechtst van deze context. Enige discussie is er nog geweest over het correctievoorschrift bij deze vraag. Er waren docenten die het onzin vonden om 1 punt af te trekken als hun leerling 0,31 meter liet staan en dit niet omschreef naar centimeter. De vraag luidt echter: 'Bereken hoeveel centimeter de afstand tussen de bal en de bovenkant van het net was.' Er wordt expliciet van leerlingen gevraagd om hun antwoord in centimeter te geven en niet in centimeter *nauwkeurig*. In het laatste geval zou 0,31 meter natuurlijk wel goedgekeurd mogen worden.

Net als bij KB werd de context *Vaas* als lastig ervaren. Opvallend bij deze context is dat er een dalende moeilijkheidsgraad zat in de vragen, terwijl het omgekeerde meestal wordt nagestreefd. Ook is het kleine verschil tussen KB en GL/TL bij vraag 5 opmerkelijk. Het berekenen van de oppervlakte van een gegeven en getekende gelijkzijdige driehoek (vraag 6) bleek ook door GL/TL-leerlingen lastig gevonden te worden. De helft van de leerlingen scoorde hier geen enkel punt. Het opstapje voor KB (eerst laten berekenen van de hoogte van de driehoek) is bij GL/TL overigens bewust weggelaten.

Bij de context *Scooters* scoorden de leerlingen zeer goed. Alle vragen bij deze context hebben een p'-waarde van meer dan 80. In de grafiek is een onnauwkeurigheid geslopen, waardoor hij niet helemaal overeenkomt met de gegeven formule. Leerlingen vonden daardoor bij vraag 12 een ander antwoord als ze berekenden in plaats van aflazen.

Ook in het GL/TL-examen is bij de context *Wandkleed* het slechtst gescoord (**zie pag. 19**). Er is veel geklaagd over de impact van deze context (22 punten) op het hele examen (83 punten). De eerste twee vragen gingen redelijk. Daarna niet meer. Bij de vragen 15 tot en met 18 wist respectievelijk

61%, 71%, 72% en 92% van de leerlingen geen enkel punt te scoren. Bij de laatste vraag behaalde maar 2% van de leerlingen het maximale aantal punten.

Gelukkig ging het bij *Garnalenteelt* een stuk beter. Rekenen met exponentiële groei bleek voor weinig leerlingen een probleem te zijn. Ook de context *Helikopter* leverde weinig problemen op. Opvallend is dat het verschil bij deze overlapopgave tussen KB en GL/TL relatief klein is. Wellicht heeft dit ermee te maken dat dit de instapopgave voor KB was en de afsluitende opgave voor GL/TL. De CEVO besloot de N-term voor dit examen vast te stellen op 1,6. Dat resulteerde in een examen met 29% onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,2.

### Overlap KB en GL/TL

In totaal waren er 41 punten te behalen op de overlap van het KB- en het GL/TL-examen; **zie tabel 8** [VMBO Overlap KB- GL/TL]. De KB-leerlingen scoorden op de overlap een gemiddelde p'-waarde van 37,3. Voor het hele examen scoorden ze een gemiddelde p'-waarde van 41,15. Het verschil tussen deze twee p'-waarden is relatief klein, wat betekent dat de contexten die geen overlap waren (*Sauna* en *Bergwandeling*) niet echt eenvoudig waren. Dat klopt met name voor *Bergwandeling*. Met een gemiddelde p'-waarde van 38,5 behoort deze context tot de meest pittige van het examen. Een eenvoudiger context was hier wellicht op zijn plaats geweest. De GL/TL-leerlingen scoorden een gemiddelde p'-waarde van 49,3 op de overlap tegen een p'-waarde van 50,84 op het hele examen. Hier dus een nog kleiner verschil. De GL/TL-leerlingen scoorden dus zelfs iets slechter op de overlap dan op het gehele examen. Dat betekent dat de 'GL/TL'-contexten (*Scooters* en *Garnalenteelt*) veel te eenvoudig waren in vergelijking met de overlap. De conclusie is dat de overlap eenvoudiger had moeten zijn en de niet-overlap meer onderscheid had moeten maken tussen KB en GL/TL: gemakkelijker vragen voor KB en pittiger vragen voor GL/TL.

### HAVO A12

#### [Kees Lagerwaard]

Het examen had dit jaar weer de vertrouwde omvang van vijf opgaven met in totaal 22 vragen waarvoor 83 scorepunten te behalen waren; **zie tabel 9** [HAVO A12 2007]. In de steekproef van ruim 2300 kandidaten

kwam niemand verder dan 81 punten. Het examen werd redelijk goed ontvangen. Het aantal klachten bij het LAKS was weliswaar weer groot, maar aanzienlijk kleiner dan gewoonlijk. Ook bij de regionale besprekingen en op de discussiesite van de NVvW werden over dit examen weinig harde noten gekraakt.

De startopgave *Marathon* werd uitstekend gemaakt. Van de vijf vragen in deze opgave had de moeilijkste nog een p'-waarde van 66. Voorwaar een vriendelijk begin!

In de opgave *Goedkoop vliegen* werd statistiek bedreven op tarieven van prijsvechters in de luchtvaart. Het verkopen van meer tickets dan er plaatsen zijn op een vlucht bood mogelijkheden voor vragen over kans en verwachting. De moeilijkheid van de laatste twee vragen in deze context was redelijk hoog (p'-waarden 55 en 41), maar dat was voor de examenmakers geen verrassing. Kansrekening is een lastig onderwerp en scoort op examens nooit erg hoog.

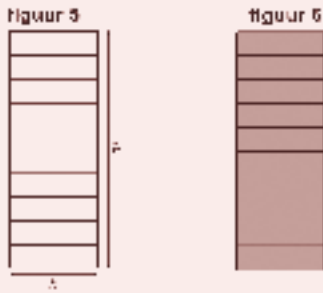
De *Verspreiding van euromunten* is ook nu nog een actueel onderwerp. De exponentiële afname in vraag 14 was vrij pittig (p' = 45). Ook niet echt verrassend: vragen over exponentiële groei blijken elk jaar tamelijk moeilijk. Een van de moeilijkste vragen van dit examen was vraag 13, een kansvraag. Van de kandidaten behaalde 55% voor deze vraag geen enkel punt. Slechts 20% scoorde alle 4 punten.

De lastigste opgave was *Printerinkt*. Leerlingen kwamen gemiddeld niet verder dan 8 van de 18 te behalen scorepunten. De combinatoriekvragen 15 en 16 waren moeilijk (meer dan de helft van de kandidaten scoorde hier geen enkel punt), het rekenen met grote getallen in vraag 17 ging redelijk en de normale verdelingsvraag 18 ging behoorlijk goed. De laatste vraag van deze opgave werd gekenmerkt door een gecompliceerde aanpak. Misschien had het geholpen als de evenredigheid tussen aantal geprinte pagina's en benodigde hoeveelheid printerinkt expliciet genoemd zou zijn.

De laatste opgave, *Badkamerradiator*, was de kortste en paste gemakkelijk op één pagina (**zie figuur 3**). Maar de vragen waren zeer uiteenlopend. De eerste vraag was mede bedoeld om leerlingen vertrouwd te maken met de context en werd heel goed gemaakt (p' = 78). Toch bleek dit de moeilijkheid van het opstellen van een formule nauwelijks te verlagen. Maar liefst 65% van de kandidaten kon hier helemaal niets mee.

## Badkamerradiator

Een fabrikant maakt radiatoren voor de verwarming van de badkamer. In figuur 5 zie je z'n radiator. De radiator bestaat uit twee rechtopstaande stalen buizen met een lengte van  $h$  en een doorsnede met diameter  $d$  die  $k$  keer lang zijn. We laten nu drie van die buizen in een rechthoekig buizenframe met lengte  $a$  en breedte  $b$  plaatsen (zie figuur 6).



Voor een radiator wordt altijd in totaal 900 cm van buizen gebruikt.

- De breedte van een radiator is 50 cm.
- 20 Bereken van deze radiator de hoogte  $h$  in centimeter.
- De totale lengte van de buizen van één radiator moet dus 900 cm zijn. Een buizen diameter wordt ook wel  $d$  genoemd. Een buizen diameter wordt meestal gegeven in mm. Hoogte  $h$  en diameter  $d$  zijn dus afhankelijk van elkaar. Er is een lineair verband tussen  $h$  en  $d$ .
- 21 Stel een formule op waarin  $h$  uitgedrukt is in  $d$ .
- In figuur 6 is het grijze gebied de verwarmingsoppervlakte van de radiator. Dat is dus de oppervlakte van een geheel rechthoek. De verwarmingsoppervlakte  $F$  in  $\text{cm}^2$  wordt gegeven door de formule:
- $$F = 3h^2 - 150h, \text{ met } h \text{ de hoogte van de radiator in cm.}$$
- 22 Stel een formule op voor de afgeleide van  $F$  en bereken daarmee de maximale verwarmingsoppervlakte.

figuur 3 HAVO-A12

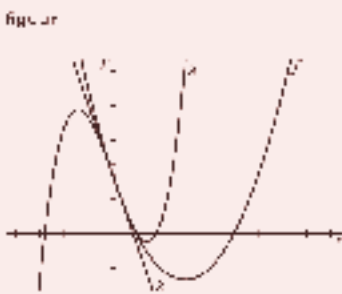
## Machtsfuncties en rechte lijn

In deze opgave gaat het over functies die de som zijn van een machtsfunctie met een lineaire functie  $f$ , van de vorm  $ax + b$  (met  $a > 0$ ) en een derdegraadsfunctie  $g$  met het voorschrift  $g(x) = x^3 - 3x$ . Zo zijn voor  $a = 2$  en  $b = 3$  de functies  $f$  en  $g$  gegeven door:

$$f(x) = x^3 - 6x + 3$$

$$g(x) = x^3 - 3x + 3$$

In onderstaande figuur zie je de grafiek van  $f$  en  $g$  alsmede de lijn  $l$  getekend.



- Zoodat de lijn  $l$  de raaklijn is aan  $f$  en  $g$  op het punt  $M(2, 3)$ .
- 17 Onderzoek met behulp van afgeleiden en/of de bestemming van deze twee grafieken in dit punt gelijk zijn.

figuur 4 HAVO-B1

De gemiddelde score was slechts 1 van de 4 scorepunten. Bij de laatste vraag moest de afgeleide worden opgesteld. Gezien de score ( $p' = 42$ ) is het niet erg dat dit de enige vraag was over differentiaalrekening.

Al met al leverde dit examen een gemiddelde score op van 46,7 punten. Dat is 56% van de te behalen punten. De CEVO besloot de N-term vast te stellen op 1,4. Dat resulteerde in een examen met 24%

onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,5. Een fraai resultaat.

## HAVO B [Paul van der Molen]

Alvorens in te gaan op de B1- en B12-examens afzonderlijk zullen eerst een paar algemene opmerkingen worden geplaatst die voor beide examens gelden. De  $p'$ -waarden van de afzonderlijke vragen van de havo-B-examens zijn te vinden in de **tabellen 10 en 11** [HAVO B1 2007, HAVO B12 2007]. De meeste docenten vonden de havo-B-examens dit jaar 'wel aardig'. Na dit positieve geluid klonk echter wel bijna altijd een 'maar...'. De kritiek op de taligheid blijft onverminderd groot. De lengte van de examens werd dit jaar vergroot door twee factoren. Ten eerste werden de examens voor het eerst in *arial* 11pt gepresenteerd (dit om de leesbaarheid te vergroten, met name voor de (gedeeltelijk) dyslectici) en er werden ruim 20% meer woorden gebruikt in de examens van dit jaar vergeleken met de afgelopen twee jaar. Ten opzichte van andere vakken in de exacte hoek doen we het nog steeds niet slecht. Dat neemt niet weg dat een kritische blik op de verwoording van de opgaven gewenst is. Veel docenten waren blij te zien dat het aandeel algebra wel is toegenomen ten opzichte van vorig jaar, maar anderen vinden het nog steeds te mager. Opgemerkt kan worden dat de examens met ingang van 2009, wanneer de examens gebaseerd zullen zijn op de nieuwe programma's, flink meer algebra zullen bevatten. Docenten wordt daarom geadviseerd om goed nota te nemen van de syllabus van het nieuwe programma. Hierin staat namelijk een uitgebreide lijst van voorbeelden van algebraïsche vaardigheden waarover de havo-B-leerling vanaf 2009 in de examens dient te beschikken.

## HAVO B1

Dit examen is redelijk goed ontvangen. De openingsvraag met een  $p'$ -waarde van 93 bezorgde veel leerlingen een soepele start. Helaas waren er toch nog enkele leerlingen die de  $2^{3t}$  lazen als  $2\frac{1}{2}^t$ . De antwoorden die zij op deze manier kregen, werden in de loop van de opgave wel absurd. Op de centrale examenbespreking zijn afspraken gemaakt hoe hiermee omgegaan diende te worden. Daar werd ook de vraag gesteld of je in één context twee keer het symbool  $t$  mag gebruiken waarbij de startdatum verschillend is. Het stond allemaal wel

correct geformuleerd, maar fraai is het inderdaad niet. De rest van deze opgave gaf de meeste leerlingen geen grote problemen. De tweede opgave, *Lichaamslengtes van mannen en vrouwen*, bevatte een uitgebreide tekening en een grote tabel. Hierin zat veel informatie. Sommige docenten vonden dat overbodige informatie en beweerden dat je al die ruis weg moet halen. Anderen vonden dat het juist realistisch is om van de leerlingen te vragen om de relevante informatie te kunnen vinden. In het leven van alledag dienen de problemen die opgelost dienen te worden, zich ook niet geïsoleerd aan. Bij vraag 6 moest de leerling wel even goed nadenken

voordat hij de juiste waarde uit de tabel kon halen. Dit was ook te zien aan de wat lagere  $p'$ -waarde voor deze vraag ( $p' = 54$ ). De opgave *Mobiele telefoon* past natuurlijk perfect in de belevingswereld van de leerling. De telefoon die hier getoond werd, oogde wel 'ouderwets'. Dat komt omdat examens maken een langdurige klus is en omdat de ontwikkeling van dit soort toestellen erg snel gaat. Er was ook nog wel een ander soort kritiek op deze opgave. Een leerling die te enthousiast afrondt bij vraag 10, kwam namelijk tot de conclusie dat de batterij wel op de helft van zijn stand-by-tijd was zodra het tweede blokje uitviel. Bij vraag 9 waren er

tot teleurstelling van veel docenten toch weer veel leerlingen (ondanks alle waarschuwingen in de klas) die het gegeven antwoord in de formule gingen invullen om aan te tonen dat het klopt, in plaats van het antwoord zelf te berekenen.

Er waren niet veel mensen erg gecharmeerd van de opgave *Pakjesspel*. Een ingewikkelde context over een spel dat alle kanten uit kan gaan. Bij vraag 13 bleek dat het, ondanks de vele voorbeelden die al gegeven werden in de tekst, toch lastig was om zelf de verschillende manieren te verzinnen waarop vier mensen vier pakjes van de stapel moeten nemen. De complexiteit van dit spel leverde ook een onzuiverheid op bij vraag 14 en 15. Daar werd gevraagd hoe groot de kans is dat een persoon na vier keer gooien één keer één pakje moest pakken en drie keer een pakje aan een ander moest geven. Heel veel leerlingen rekenden zonder problemen direct deze kans uit met de gegeven informatie. Een enkeling die verder dacht, kwam tot de conclusie dat er een mogelijkheid bestaat dat er nog maar één pakje over is, de persoon 2 gooit maar volgens de spelregels één pakje moet nemen. De kans dat er na drie rondes (dus 60 keer gooien) nog 1 pakje over is, is ongeveer 0,0003, weliswaar klein, maar deze situatie is dus niet uit te sluiten. Deze onzuiverheid heeft geen gevolgen gehad omdat de leerlingen die tot deze conclusie kwamen de 'simplele' denkstappen ook hadden gemaakt en dus alle punten kregen.

De slotopgave *Machtsfuncties en rechte lijn* bleek lastig (zie *figuur 4*). Leerlingen haalden gemiddeld hier slechts 41% van het maximaal aantal te behalen punten. Veel kritiek was er op vraag 19 waar een combinatie van 'onderzoek' en 'exact' in de vraag stond. De vraag oogste wel lof omdat men het een originele redeneervraag vond. Maar hij had iets anders gesteld moeten worden. Ten slotte vonden veel docenten dat deze opgave beter ergens midden in het examen had kunnen staan en niet aan het eind.

Al met al leverde dit examen geen grote problemen op. Het was over de hele linie zelfs een beetje aan de makkelijke kant. Dit is ook terug te zien in de  $N$ -term van 0,7. Dit leidde ertoe dat 29% van de leerlingen een onvoldoende behaalde en het gemiddeld cijfer een 6,1 werd.

#### HAVO B12

De lijst van opmerkingen en kritiepunten op dit examen was aanzienlijk korter dan

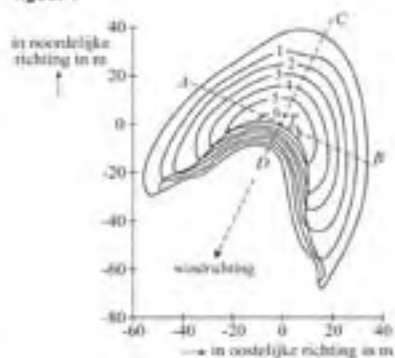
### Wandelende duinen

Bij de stad Laâyoune in Zuid-Marokko bevindt zich in de woestijn een duingebied. De duinen hebben van bovenaf gezien de vorm van een halve maan. Zo'n halve maan ontstaat als de windrichting het hele jaar constant is en er niet voldoende zand aanwezig is voor de vorming van complete duinen. Zie de foto hieronder.

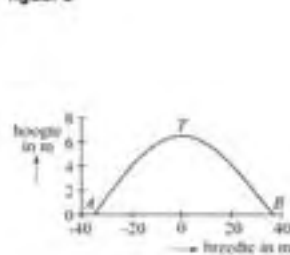
foto



figuur 1



figuur 2



Wetenschappers hebben van het duin links voor op de foto de afmetingen precies opgemeten. Met hun metingen maakten zij de tekening van figuur 1.

In figuur 2 is een dwarsdoorsnede getekend van het duin van figuur 1 langs de lijn  $AB$ . Langs de horizontale as is de afstand  $x$  tot het midden uitgezet en langs de verticale as de hoogte  $h$  van het duin. Links van het midden (richting  $A$ ) wordt de afstand  $x$  negatief gerekend.

De vorm van deze doorsnede van het duin wordt benaderd met een deel van een cosinuskrumme. Het hoogste punt van het duin,  $T$ , (boven het snijpunt van lijn  $AB$  en lijn  $CD$ ) is ongeveer 6,37 meter hoog. Bij benadering geldt nu:  $h = 6,37 \cdot \cos(b \cdot x)$  met  $h$  en  $x$  in meter.

- 17 Bereken met behulp van figuur 2 de waarde van  $h$  in deze formule. Rond af op drie decimalen.

figuur 5 HAVO-B12

bij B1. Er was ook gepaste waardering voor dit examen. Het klimtoestel en vooral de inhoudsberekening daarvan en in mindere mate de wandelende duinen werden 'leuke' contexten genoemd.

De startopgave *De Wet van Moore* leverde wel meteen grote problemen op. Vraag 3 scoorde heel erg slecht. De formule herleiden en op die manier de waarden van  $a$  en  $b$  vinden werd door slechts 7% van de leerlingen foutloos gedaan. Wanneer men bedenkt dat dit soort vragen vanaf 2009 vaker in de examens gesteld gaat worden, is duidelijk waaraan gewerkt moet worden.

De opgave *Wortelfuncties* werd lastig gevonden. De leerlingen haalden minder dan de helft van het maximaal aantal te behalen punten. Vooral de creatieve woordkeus van leerlingen bij vraag 5, waarbij de transformatie onder woorden gebracht moest worden, leverde de nodige nakijkproblemen op.

De opgave *Afgeknotte piramide* (zie pag. 23) werd daarentegen vrij goed gemaakt.

De uitslag leverde bij de zogenoemde grootschriftexamens op sommige scholen een probleem omdat zij de uitwerkbijlage vergrootten waardoor de schaal van het voorgedrukte gedeelte niet meer klopte. Docenten wisten hier wel weer een mouw aan te passen maar de instructie dat de uitwerkbijlage in dit geval niet vergroot mag worden, ontbrak. De slotvraag werd origineel gevonden.

De context *Mobiele telefoon* vertoonde grote overlap met B1. Alleen bij de slotvraag moest gedifferentieerd worden. Omdat de quotiëntregel niet in het programma zit, werd de oorspronkelijke formule voor  $V$  voor deze vraag herschreven.

De opgave *Klimtoestel* oogstte veel lof. De slotvraag, waarbij de inhoud uitgerekend moest worden, werd op verschillende (waaronder creatieve) manieren door leerlingen aangepakt. Uit de  $p'$ -waarde (40) bleek dat dit toch een lastige vraag was.

De slotopgave *Wandelende duinen* bracht ons naar Marokko (zie figuur 5). De vorm van het duin leverde een paar vragen met goniometrie op. Bij de eerste vraag moest er worden afgelezen in figuur 2. Deze figuur was erg klein uitgevallen. Een uitvergroting op een uitwerkbijlage was prettig geweest. Verder bleek dat het duin in de figuur niet perfect symmetrisch was en dat er daarom verschil bestond tussen de breedte van de linkerkant en die van de rechterkant. De meeste docenten wisten hier wel op een

Nis ja slaagt voor het theorie examen mag je praktijkexamen doen. Nis je zakt voor je praktijkexamen, kun je enige maanden later opnieuw praktijkexamen doen. Sommige kandidaten zakken meerdere keren voor het praktijkexamen. Het CBR houdt gegevens bij over de slaag- en zakcijfers van de kandidaten die opgaan voor het rijexamen. Uit de gegevens van het CBR blijkt dat een kandidaat steeds dezelfde kans heeft om te slagen voor het praktijkexamen. Het rij speelt het dus geen rol of de kandidaat voor de eerste keer examen doet of al een of meer keren gezakt is. Verder blijkt dat 14% van alle kandidaten na 4 keer nog steeds niet is geslaagd voor het praktijkexamen.

Op basis van deze gegevens kun je nu berekenen hoe groot de kans is dat iemand de eerste keer al slaagt voor het praktijkexamen.

Op 1. Bereken deze kans. Geef je antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.

figuur 6 VWO-A1 en A12, Rijexamen

correcte manier het correctievoorschrift toe te passen. Terecht werd opgemerkt dat de plaatjes van de slotvraag suggereerden dat het paaltje wandelt en het duin stilstaat. De slotvraag bevatte 7 punten. Dit werd veel gevonden voor een slotvraag.

Over het algemeen gesproken vond men de moeilijkheid van dit examen voldoende. Dit is terug te zien in de  $N$ -term van 1,2. Dit leidde ertoe dat 26% van de leerlingen een onvoldoende behaalde en het gemiddeld cijfer een 6,3 werd.

## VWO A [Ger Limpens]

In het nu volgende deel wordt aandacht besteed aan de reguliere examens vwo A1 en A12. Ook aan de overlap tussen beide examens worden enkele woorden gewijd. Aan het einde van dit artikel treft u een bijdrage over de gang van zaken van de computerexamens (Compex) bij de vwo-examens A1 en A12. Hierbij werd voor de vijfde achtereenvolgende keer de computer tijdens het centraal examen ingezet.

## VWO A1

Zie tabel 12 [VWO A1 2007]. Het vwo-A1-examen bevatte dit jaar 19 vragen waarmee in totaal maximaal 79 punten verdiend konden worden. *Restzetels*, opgave 1 dus, opende dit examen. In de tabel is terug te vinden dat de leerlingen hier gemiddeld geen problemen mee hadden. Uiteraard niet geheel onverwacht: we streven er als examenmakers naar dat met name de eerste vragen van een examen de leerlingen enigszins op het gemak stellen. De tweede vraag van deze context, waarbij de kiesdeler bij gemeenteraadsverkiezingen in 1994 voor Enschede moest worden berekend, bleek de eenvoudigste vraag van dit examen. En zelfs de laatste vraag van deze opgave scoorde

met een  $p'$ -waarde 53 heel behoorlijk. Deze opgave maakte, bijna in zijn geheel, ook deel uit van de overlap met A12. Daarover verderop in dit verslag meer.

De tweede opgave betrof een context waarmee veel vwo-leerlingen ongetwijfeld redelijk vertrouwd zijn dan wel op korte termijn mee vertrouwd zullen raken, te weten het rijexamen. De bijbehorende vragen hadden betrekking op het onderwerp kansrekenen en waren beduidend moeilijker dan de vragen van de eerste context. Hoewel vraag 5 toch niets anders was dan redelijk recht-toe-recht-aan binomiaal kansrekenen, scoorde de gemiddelde vwo-A1-kandidaat hier toch slechts iets meer dan de helft van de te verdienen 5 scorepunten. Vraag 6 was nog wat lastiger. Om te slagen in een bepaalde situatie moet een kandidaat bij het theorie-examen rijvaardigheid nog enkele vragen goed beantwoorden. Het A1-examen vermeldde de verschillende slaagopties die er waren. De discussies op de site van de NVvW maakten duidelijk dat ook niet iedere docent hier in eerste instantie goed raad mee wist. Kennelijk heeft dit forum voor die docenten (en hopelijk hun leerlingen...) een echte meerwaarde. De laatste vraag van *Rijexamen*, vraag 7, was (zie tabel) de moeilijkste van dit hele examen (zie figuur 6). Ook dit was niet geheel onverwacht, hoewel de examenmakers moeten constateren dat ze deze moeilijkheidsgraad ( $p' = 14$ ) niet voorspeld hadden. Een enkele leerling liet overigens na afloop van dit examen weten zich door deze vraag minder 'uitzonderlijk' te voelen: de kandidaat was zelf vier keer gezakt voor het rijexamen en wist zich nu deel van een niet onaanzienlijke deelpopulatie van 11%. Waartoe een examen al niet kan leiden.

De opgave *Verhoudingen* betrof een context die profielspecifiek genoemd mag worden:



de gulden snede en de rij van Fibonacci spelen een rol in de wereld van de kunst en passen als zodanig goed in het profiel C&M. Of iedere leerling daar even blij mee was, valt te betwijfelen. De eerste vraag, vraag 8, had heel duidelijk het karakter van een alles-of-niets-vraag: 41% verdiende geen enkel scorepunt, terwijl 51% met de maximumscore 4 naar huis ging. De analyse vertelt jammer genoeg niet of deze leerlingen hun punten behaalden door de rij van Fibonacci 'met de hand' voort te zetten dan wel in hun GR te programmeren. Het vermoeden bestaat dat veel leerlingen voor de eerste optie gekozen zullen hebben (hoewel de examenmakers ook weet hebben van daadwerkelijke GR-varianten die 'in het wild' zijn aangetroffen). Vraag 9 scoorde niet hoog met  $p' = 34$  maar ook dat was niet onverwacht. Ongetwijfeld zal de onbekendheid hoe de GR handig te programmeren een rol gespeeld hebben. En de wijze waarop deze vraag moet worden aangepakt is, hoewel niet moeilijk, voor de A1-populatie natuurlijk niet al te zeer geoefend: dit is geen standaardactiviteit. Dat geldt overigens wel weer voor de volgende vraag, vraag 10. Het is verheugend om te zien dat leerlingen zich, in groten getale, niet laten ontmoedigen door een moeilijke vraag: uit  $p' = 34$  bij vraag 9 en  $p' = 88$  bij vraag 10 valt te concluderen dat vastlopen bij vraag 9 niet massaal leidt tot overslaan van vraag 10. Docenten slagen er gelukkig in hun leerlingen niet te laten opgeven in een dergelijke situatie: 76% van de populatie haalde de maximumscore van 3 punten bij vraag 10. De opgave *IQ* vertoont een verloop van  $p'$ -waarde nagenoeg volgens het boekje: de eerste vragen zijn behoorlijk goed te doen en tegen het einde worden de vragen beduidend moeilijker. Deze context maakte overigens ook deel uit van de overlap maar in activiteit was die overlap alleen aan te treffen bij vraag 13: alle andere vragen waren 'profiel-specifiek'. In discussies tussen docenten werd nog wel wat tijd besteed aan het wellicht opvallende aspect dat de opgave zelf het *IQ* normaal verdeeld veronderstelt binnen een gegeven populatie. Er waren nogal wat collega's die vonden dat leerlingen, in hun lessen er van doordrongen geraakt dat *IQ* een discrete grootheid is, op deze leskennis terug konden vallen, ondanks het feit dat in de opgave het normaal verdeeld zijn zelf tot twee keer uitdrukkelijk gestipuleerd wordt.

Opgave *Groenbelegging* nam de belegging in duurzame houtsoorten tot onderwerp. Een authentieke context (weliswaar bewerkt om geschikt te maken voor examens) stelde enkele zaken aan de orde rond de groei van een bepaalde boomsoort en de daarmee samenhangende opbrengsten, uitgaande van een model zoals dat door een beleggingsmaatschappij in een reclamefolder geschetst werd.

De laatste vraag van deze context, en tevens van dit examen, was een voorbeeld van een relatief open onderzoeksvraag. Open althans voor leerlingen omdat de kandidaat zelf allerlei gegevens bij elkaar moest rapen om de vraag te kunnen beantwoorden. De analyse leverde hier een fraai overzicht op van verstrooide scoreopbouw: 21-12-9-9-12-16-21 vormde de percentagereeks, horend bij de scores 0-1-2-3-4-5-6 punten.

De totale indruk van dit examen (ook denkend aan aspecten als volgorde, moeilijkheidsgraad en hoeveelheid vragen) is in de ogen van de makers die van een geslaagd examen. De enquêtes van de NVvW bevestigen dit beeld. Uiteraard is niet iedereen het met elkaar eens, maar grosso modo is men redelijk tevreden over dit examen. Ook voor de makers is dit een geruststellende gedachte. De *N*-term van 0,8 is wellicht in de ogen van deze en gene wat aan de 'strengere' kant, het eruit voortvloeiende onvoldoende-percentage van 30% ligt daarentegen sterk in het verlengde van dat vorig jaar, te weten 31. Het gemiddelde cijfer werd daarmee dit jaar overigens 6,1.

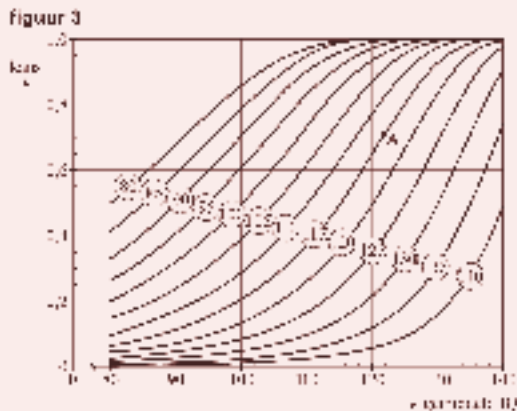
#### VWO A12

**Zie tabel 13** [VWO A12 2007]. Ook hier begon het examen met de context *Restzetels*. Op vraag 4 na waren de vragen gelijk aan die van de eerste opgave van A1. En vraag 4 zelf was eigenlijk ook dezelfde als die van de A1-variant. De makers hadden alleen geprobeerd in de wijze waarop het probleem geformuleerd was, een vakspecifieke invulling te kiezen: een voorbeeld om het probleem te illustreren was in de A1-variant veel explicieter verwoord dan in de A12-versie. In het correctievoorschrift was de vakspecificiteit te zien aan de volgorde waarin de makers de verschillende varianten gepresenteerd hadden: bij A1 de inklempvariant gevolgd door de vergelijkingsvariant, terwijl A12 net de omgekeerde volgorde kende. We zullen nooit weten in hoeverre de varianten-volgorde strookte met de in werkelijkheid

geconstateerde variant aantallen. Wel weten we dat beide varianten bij beide vakken inderdaad voorkwamen. Overigens is wellicht hier nog een opmerking op zijn plaats over de inklempvariant waarbij ook punten gegeven dienden te worden aan heel ruwe vormen die het begin van het inklempproces aangaven. De bedoeling van de makers was een positieve: een kandidaat die niet verder kwam dan deze of vergelijkbare waarden nalopen, verdiende toch wel iets te krijgen. En uiteraard diende de kandidaat die meteen naar de juiste waarden sprong en het omslagpunt gemotiveerd legde bij 73/74 mensen, de volle lading punten te ontvangen.

Ook *Rijexamen*, de tweede opgave van het A12-examen, betrof grotendeels overlapvragen. Alleen de laatste vraag, vraag 8, was vakspecifiek. Niet zo verwonderlijk gezien het feit dat hier het onderwerp hypothesetoetsen aan de orde kwam. Uit de analyse bleek dat 31% van de kandidaten er zelfs niet in slaagde om ten minste 1 scorepunt te vergaren. Het blijft jaar in jaar uit jammer te constateren dat zelfs elementaire kennis rond een regelmatig terugkerende activiteit als deze, niet bij iedere examenkandidaat aanwezig blijkt. Overigens verdient het aanbeveling eens na te denken over de wijze waarop omgegaan dient te worden met de expliciete eis om bij hypothesetoetsing in ieder geval altijd de verschillende hypothesen te verwoorden. Het correctievoorschrift vermeldt deze wel, maar ook dit jaar kon op verschillende plaatsen een diversiteit in visie geconstateerd worden.

De derde opgave, *Gevoelstemperatuur*, had als onderwerp materie die in eerdere afleveringen van centrale examinering al eens een rol speelde: de invloed van de windsnelheid op de beleving van de temperatuur. De niet onbekende formules van Court respectievelijk Siple en Passel kwamen hier aan de orde. De kandidaten scoorden heel behoorlijk bij de eerste twee vragen van deze context. De slotvraag beperkte zich tot de formule van Court, uitgaande van een werkelijke temperatuur van 0 °C en was duidelijk moeilijker. Dit was tevens een vraag over differentiëren, een aspect dat in de vraagstelling zelf duidelijk vermeld was. Vandaar dat het ook, in de ogen van de makers althans, bevreemding opriep om te constateren dat sommige collega's van mening bleken dat ook uitwerkingen met een numerieke benadering van de afgeleide



Bij punt A lezen we af dat de kans ongeveer 0,17 is dat een persoon uit een beroepsgroep met gemiddeld IQ van 122 een IQ heeft dat groter is dan 115. Ditwel in formulevorm

$$P(IQ > 115) = 0,17, \text{ waarbij } \mu = 122$$

Hogstwaarschijnlijk van het examen  $\sigma = 43,5 = 0,373$  op kunt u aflezen dat er nauwelijks andere personen.

41-10. Bereken deze kans. Geef je antwoord in 3 decimale nauwkeurig.

Uit een grote beroepsgroep met een gemiddeld IQ van 110 worden willekeurig een persoon geselecteerd. We willen de kans weten dat alle vier personen een IQ hebben dat groter is dan 120. Deze kans kun je berekenen als je de kans weet dat één willekeurig persoon uit deze beroepsgroep een IQ groter dan 120 heeft. Deze laatste kans kun je aflezen uit figuur 3. Figuur 3 staat ook, vergroot, op de afbeelding.

41-18. Bereken op twee decimalen de mijns de kans dat je vier personen een IQ hebt groter dan 120.

figuur 7 VWO-A12, IQ

functie in aanmerking zouden komen voor de volledige score. De examenmakers waren en blijven van mening dat deze discussie al bij het begin van de Tweede Fase van een heldere interpretatie is voorzien: de numerieke afgeleide is niet gelijk aan de afgeleide functie en mag dus niet als een adequate oplossing in dezen gezien worden. Uiteraard kan er wel nagedacht worden over een gepaste deelscore. We hopen dan ook dat, daar waar een corrector in eerste instantie andere standpunten gehuldigd heeft, deze gedurende het correctieproces veranderd zijn in het alhier verwoorde.

De context *Honingbijen* bestond uit twee delen, duidelijk gescheiden met tussenkopjes. Het eerste deel betrof, met twee vragen, een formule die het verband beschrijft tussen de afstand tot een voedselbron en het aantal zogeheten kwispeldansen per minuut dat de honingbij die de voedselbron heeft ontdekt, uitvoert om andere bijen op de hoogte te stellen van deze afstand. De tweede vraag, waarbij aan de hand van impliciet gegeven informatie over twee verschillende voedselbronnen, de afstanden tot elk van deze bronnen berekend moesten worden, bleek de moeilijkste vraag van dit examen met een p'-waarde van 20. De collega's die van mening waren dat de makers de vraag te toegankelijk hadden gemaakt door te kiezen voor een relatief 'makkelijke' oplossing, zijn

zich waarschijnlijk niet bewust geweest van de gebleken moeilijkheidsgraad. Overigens gold dat ook voor de makers: de p'-waarde van deze vraag was wat lager dan de verwachte. Het tweede deel van deze opgave, over een recurrente betrekking in het kader van leergedrag van honingbijen, bleek gelukkig geen last te hebben van de moeilijkheid van vraag 13: vraag 14 scoorde toch weer heel behoorlijk met p'-waarde 70 en 59% van de populatie met een maximale score. De laatste vraag riep daarentegen weer wat meer vraagtekens op dan verwacht: het herkennen van de vergelijking  $a^7 = 0,5$  binnen een, toegegeven, vrij complexe context was 61% van de leerlingen niet gegeven: zij scoorden 0 punten bij deze vraag. Ook hier zien we overigens een hoog alles-of-niets-karakter: 28% van de leerlingen scoorde 4 punten waarmee slechts 11% ergens tussen 'niets' en 'alles' belandde.

De context *IQ* was ook een overlapcontext maar het merendeel van de vragen was afwijkend van de vragen die de A1-kandidaat moest beantwoorden. De A12-leerlingen dienden zich hier, voornamelijk althans, bezig te houden met een ingewikkelde en bijzondere figuur die informatie over verschillende beroepsgroepen bevatte, gekarakteriseerd door verschillende gemiddelde IQ-waarden – ook hier weer uitgaande van de expliciet vermelde premisse dat het

IQ als normaal verdeeld dient te worden.

De wijze waarop gegevens uit de figuur moesten worden afgelezen, was geïllustreerd met een voorbeeld (*zie figuur 7*). Dat mocht echter niet voor iedereen baten, en ook docenten bleken af en toe moeite te hebben met de interpretatie van de materie in de figuur. Leerlingen bleken hier gelukkig niet in groten getale op af te knappen: de slotvraag van dit examen leidde tot de volgende percentageverdeling: 19-12-34-10-6-19 voor de scores 0-1-2-3-4-5. Ook weer een voorbeeld van een mooi verstrooide scoreopbouw.

Was men bij A1 redelijk unaniem en positief in de beoordeling van het examen, bij het examen A12 moeten we vaststellen dat met name moeilijkheidsgraad en spreiding niet altijd even geslaagd werden gevonden. Velen vonden dit examen te eenvoudig. De uiteindelijke N-term geeft ook wel een signaal in die richting:  $N = 0,7$  (met bijbehorende onvoldoendepercentage 30 en gemiddelde 6,1) strookt daar in ieder geval wel mee. De geconstateerde gebrekkige spreiding is misschien iets minder eenduidig te interpreteren. Er werden geluiden gehoord dat men het ontbreken van een specifiek economische context voor een vak dat deel uitmaakt van de harde kern van het profiel E&M als een gemis had ervaren. Ook werd wel beluisterd dat men vragen over lineair programmeren miste. En een derde mogelijkheid is wellicht het vaker verwoorde punt dat veel van de vragen niet direct teruggingen op een specifiek geleerd wiskundig aspect. Al deze punten zijn ongetwijfeld oprecht geformuleerde kritiekpunten maar tevens, in de ogen van de makers, relatief marginaal. Al met al denken we ook dit jaar een meetlat afgeleverd te hebben waarmee we onze leerlingen op eerlijke wijze de maat hebben genomen. En dat dient het ultieme doel van een examen te zijn, zo denken we.

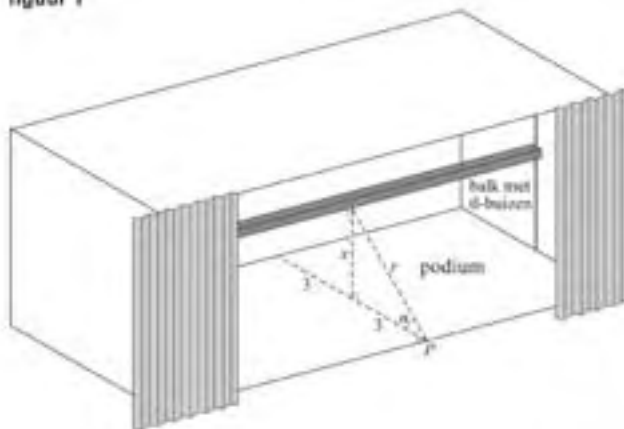
### Overlap VWO A1/A12

*Uit tabel 14* [VWO Overlap A1-A12] kunnen we opmaken dat er ook dit jaar weer 28 overlappunten in dit tweetal examens zaten. En natuurlijk behoeft het geen betoog dat er weer een verschil in vaardigheid tussen beide populaties geconstateerd kon worden. Toch is dat verschil wellicht wat kleiner dan men zou verwachten. *In tabel 15* [VWO A1/A12 sinds 2004] met p'-waarden die betrekking hebben op het deel dat in de jaren 2004-

## Podiumverlichting

Een podium is 8 meter diep. Midden boven het podium hangt een balk met tl-buizen. De verlichtingssterkte op het podium is het kleinst aan de rand, bijvoorbeeld in punt  $P$ . De afstand van  $P$  tot de balk is  $r$  meter, de hoogte van de balk boven het podium is  $x$  meter en de hoek die het kortste verbindingslijnstuk van de balk en punt  $P$  met het podium maakt is  $\alpha$  radialen. Zie figuur 1.

figuur 1



De verlichtingssterkte op het podium in punt  $P$  noemen we  $I$  (in lux).  $I$  is omgekeerd evenredig met  $r$  en evenredig met  $\sin \alpha$ . Dus  $I = c \cdot \frac{1}{r} \cdot \sin \alpha$ , waarbij de evenredigheidsconstante  $c$  afhangt van het lichtvermogen van de tl-buizen. Voor deze balk met tl-buizen geldt:  $c = 650$  (lux·m).

$$\text{Er geldt: } I = \frac{650x}{9 + x^2}.$$

so 1 Toon aan dat deze formule juist is.

De balk met tl-buizen kan omhoog gehesen worden: de hoogte kan variëren van 2,0 tot 5,0 meter.

so 2 Bereken langs algebraïsche weg op welke hoogtes de balk mag hangen.

Er is een hoogte van de balk waarbij  $I$  maximaal is.

so 3 Bereken deze hoogte langs algebraïsche weg.

figuur 8 VWO-B1 en VWO-B12

2007 in de overlap van beide examens zit, valt af te lezen dat bijvoorbeeld de A1-populatie in 2004 op de overlap een  $p'$ -waarde van 63 scoorde en de A12-populatie toen  $p'$ -waarde 72 had. Hoewel de overlapvragen in de verschillende jaren (uiteraard) in moeilijkheidsgraad varieerden, leek de tendens juist een uit elkaar groeien van moeilijkheidsgraad, zoals ook in het examenartikel over de examens 2006 in Euclides opgemerkt werd. Dat wordt dit jaar echter in het geheel niet bevestigd. De populaties zijn wel verschillend in vaardigheid maar het scheelt maar marginaal ( $p' = 67$  versus  $p' = 71$ ). Dat kan heel goed veroorzaakt worden door het feit dat de overlapvragen vaak eenvoudige vragen bleken: als een A1-leerling al een  $p'$ -waarde van 97 heeft, dan kan een A12-kandidaat daar nauwelijks nog overheen. Bij de onmiskenbaar moeilijkste vraag binnen de overlap, vraag 7 van beide examens (zie figuur 6), de derde vraag van *Rijexamen*, schelen de vaardigheden dan ook weer meteen substantieel:  $p' = 14$  respectievelijk  $p' = 29$ .

### VWO B

#### [Gerard Stroemer]

De examens wiskunde B1 en B12 vwo werden door de docenten op de regionale vergaderingen van de Vereniging op vrijwel alle punten goed bevonden. Het B1-examen bleek voor de meeste leerlingen eenvoudig, met name de statistiek. Het B12-examen was goed qua niveau maar te omvangrijk.

De hoeveelheid algebra bleef ongeveer op hetzelfde peil als vorig jaar. Zie bijvoorbeeld de openingsopgave *Podiumverlichting*, waarin gevraagd werd een formule aan te tonen, algebraïsch een ongelijkheid op te lossen en algebraïsch een maximum te bepalen. Dit werd door veel docenten gewaardeerd.

In het volgende bekijken we de vragen nader.

#### VWO B1

Het examen bestond uit 20 vragen, verdeeld over 6 opgaven. De gegevens van 2237 kandidaten zijn verwerkt in tabel 16 [VWO B1 2007].

Zoals hierboven vermeld begon het examen met de opgave *Podiumverlichting* (zie figuur 8). Op het forum van de Vereniging vroegen enkele docenten zich af of de gegeven formule wel correct is. Zij meenden dat de verlichtingssterkte omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand. Dat is wel zo in het geval van een puntbron: golfvronten

zijn dan bolvormig en de verlichtingssterkte is omgekeerd evenredig met de oppervlakte, dus met het kwadraat van de straal. Bij een (in het model oneindig lange) tl-buis zijn de golfvronten cilindervormig; de verlichtingssterkte is weer omgekeerd evenredig met de oppervlakte, in dit geval dus met de straal. Natuurlijk was de werkelijkheid wel vereenvoudigd: er werd uitgegaan van een oneindig lange tl-buis, er werd geen rekening gehouden met terugkaatsing, etc.

Opvallend waren de discussies die vraag 2 uitlokte. Aan de ene kant waren er docenten die een punt in mindering wilden brengen als kandidaten het woord 'tussen' gebruikten ('omdat dat niet inclusief de grenzen is'); aan de andere kant waren er ook docenten die het opschrijven van het woord 'abc-formule' al een voldoende algebraïsche oplossingswijze vonden ('want het correctievoorschrift geeft ook geen tussenstap'). Bij een zorgvuldiger vraagstelling en correctievoorschrift hadden

we dit kunnen voorkomen.

De eerste vraag van de opgave *Een familie parabolen*, waarin gevraagd werd de oppervlakte van een gebied exact te berekenen, was met een  $p'$ -waarde van 87 de hoogst scorende vraag van het examen. De laatste vraag (waarin algebraïsch moest worden aangetoond dat voor elke  $n$  de top  $T_n$  van de parabool het midden is van een lijnstuk  $AR_n$ ) bleek veel moeilijker: 3,3 procent van de kandidaten uit de steekproef heeft deze vraag overgeslagen en de  $p'$ -waarde bleef steken op 41. Op de opgave *Twee koplampen*, waarin de normale verdeling gebruikt moest worden, werd ruim gescoord. Jammer was de bij nader inzien wellicht onduidelijke formulering: 'kan het verschil in levensduur ook negatief zijn?' De opgave *Brievenweger*, waarin het domein goniometrie aan bod kwam, begon met een simpele vraag waarin de kandidaten een hoek moesten meten en deze vervolgens in een formule moesten invullen. De volgende



vragen, een vergelijking exact oplossen, een functie differentiëren en een minimum bepalen, bleken met p'-waarden rond de 50 iets moeilijker.

De opgave *Krasbal*, weer uit het domein kansrekening en statistiek, ging over een spel dat in 2001 populair was: in de supermarkt kregen klanten, bij voldoende aankopen, kaarten waarmee het spel gespeeld kon worden. De kandidaten werd gevraagd naar het aantal verschillende kaarten, de mogelijke lengten van een wedstrijd en de kans op een wedstrijd met lengte 4. Bij de laatste vraag kwam de binomiale verdeling aan bod.

De laatste opgave, *De functie  $f(x) = e^x$* , bleek lastig. Vraag 18, die ging over de richtingscoëfficiënt van een lijn, was met een p'-score van 24 de laagst scorende vraag van dit examen. Bij deze vraag week de p'-waarde ook het meest af van de schatting die we vooraf gemaakt hadden. Veel kandidaten gingen tot onze verbazing de functie differentiëren. Deze vraag is door 6,7 procent van de kandidaten overgeslagen. 60 procent van de kandidaten scoorde bij deze vraag geen punten. Bij de laatste vraag, waar moest worden aangetoond dat twee gegeven omwentelingslichamen niet dezelfde inhoud hebben (*zie figuur 9*), werd door 2,9 procent van de kandidaten niets ingevuld. Het betrof hier vooral kandidaten met lage totaalscores: van de 64 leerlingen in de steekproef die bij vraag 20 niets hebben ingevuld, behoorden er 42 tot het eerste kwartiel, 14 tot het tweede kwartiel, 7 tot het derde kwartiel en slechts één tot het vierde kwartiel. De omvang van dit examen viel dus wel mee.

De N-term is door de CEVO vastgesteld op 0,7. Dat is de laagste waarde voor de examens wiskunde B1 sinds de invoering van de Tweede Fase. Dit leverde 31 procent onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,3, wat in lijn is met de resultaten van de afgelopen jaren.

### VWO B12

Ook dit examen bestond uit 20 vragen, nu verdeeld over 7 opgaven. De gegevens van 2162 kandidaten zijn verwerkt in *tabel 17* [VWO B12 2007].

Ook dit examen startte met de opgave *Podiumverlichting* (*zie figuur 8*). In overeenstemming met onze verwachting dat bij wiskunde B12 de wiskundig meer begaafde leerlingen zitten, was de p'-waarde bij deze kandidaten iets hoger dan bij de B1-kandidaten. Dit is te zien in *tabel 18* [VWO overlap B1-B12].

In de opgave de vragen bij  $e^x = 1$  is  $x$  is het punt  $(1, e)$  en  $(1, 1)$  is het punt  $(2, e^2)$ .

19 Bereken de lengte van de grafiek van  $f$  tussen  $a$  en  $b$ .

$A$  en  $B$  zijn de hoekpunten projecties van  $f$  op de  $x$ -as en de  $y$ -as. De rechthoek  $OPBQ$  wordt door de grafiek van  $f$  verdeeld in twee stukken. *Zie figuur 8.*

Deze stukken wettelen we om de  $x$ -as.

20 Toen een deel de twee omwentelingslichamen niet dezelfde inhoud hebben

12 Bereken de lengte van de grafiek van  $f$  tussen  $a$  en  $b$ .

$A$  en  $B$  zijn de hoekpunten projecties van  $f$  op de  $x$ -as en de  $y$ -as. De rechthoek  $OPBQ$  wordt door de grafiek van  $f$  verdeeld in twee stukken. *Zie figuur 8.*

Beide stukken wettelen we om de  $x$ -as.

13 Bereken exact het verschil tussen de inhoud van de twee omwentelingslichamen.

figuur 8



figuur 9 VWO-B1 en VWO-B12,

De functie  $f(x) = e^x$

B1: vraag 19 en 20, B12: vraag 12 en 13

Ook de opgave *Krasbal* was overgenomen uit het B1-examen; uit de opgave in het B1-examen was de tweede vraag weggelaten. De opgave *Cirkelinham* was de eerste opgave over specifieke B2-onderdelen. Bij deze opgave over voortgezette meetkunde werd gevraagd een iso-afstandslijn te tekenen, daarna een bewijs te geven en tot slot een afstand te berekenen. De laatste vraag was met een p'-waarde van 20 de moeilijkste vraag van dit examen. 8,8 procent van de kandidaten sloeg deze vraag over en 69 procent van de kandidaten scoorde voor deze vraag 0 punten.

De eerste drie vragen van de opgave *De functie  $f(x) = e^x$*  waren gelijk aan die in de gelijknamige opgave in het B1-werk. De laatste vraag week af: hier werd een exacte berekening gevraagd (*zie figuur 9*).

De voortgezette analyse was vormgegeven in de opgave *Driehoeken plakken* (*zie figuur 10*). Met behulp van de somformule voor een meetkundige rij kon bepaald worden of een rij driehoeken een gegeven lijn overschrijdt. Deze opgave werd gevolgd door de opgave *Brievenweger*, die identiek was aan de gelijknamige opgave in het B1-examen.

Bij de laatste opgave *Spiegelglas op een cirkel* (*zie pag. 46*) wekte het correctievoorschrift bij enkele correctoren verontwaardiging op. Zij vonden het zuur dat een kandidaat die bij vraag 20 de juiste stand gevonden had, weliswaar zonder gebruik te maken van de gegeven bewering, daarvoor geen punten

mocht krijgen. Bij deze laatste vraag is door 10,6 procent van de kandidaten niets opgeschreven. Ook voor een moeilijke vraag is dit een hoog percentage. De veronderstelling lijkt dus gerechtvaardigd dat het werk te omvangrijk was.

De N-term is door de CEVO vastgesteld op 1,0. Dit leverde 28 procent onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,4, geheel in lijn met de resultaten van de afgelopen jaren.

### VWO A COMPEX

#### [Paul van der Molen]

Het complexedeelte van het vwo wiskunde A examen bestond dit jaar voor het eerst uit twee opgaven. Dit is gedaan om te voorkomen dat leerlingen vastlopen in een opgave en daarmee hun hele complexedeelte 'verprutsen'. In lijn met de ervaringen van afgelopen jaren waren ook dit jaar de leerlingen die het complex-examen gemaakt hebben (de 'complexpopulatie'), vaardiger dan de leerlingen van de reguliere populatie. Dit kan nauwkeurig geanalyseerd worden aan de hand van de resultaten van beide groepen op de overlapopgaven. Informatie over de overlap tussen complex en regulier is terug te vinden in *tabel 19* [VWO overlap A1/A12 regulier-complex].

Dit jaar waren beide complexgedeelten (A1 zowel als A12) moeilijker dan de 'niet-overlapopgaven' uit het reguliere examen. Dit kwam met name door de opgave *Prognose* die in beide examens voorkwam. Ondanks



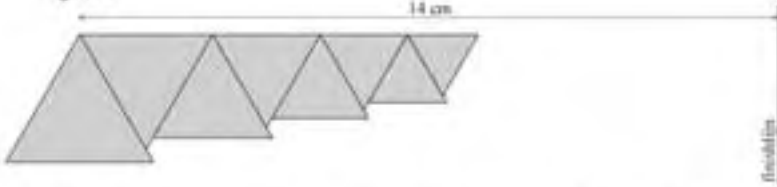
## Driehoeken plakken

We maken een figuur die uit oneindig veel gelijkzijdige driehoeken bestaat. We beginnen met een gelijkzijdige driehoek met zijde 3 cm. Rechtsboven plakken we er een gelijkzijdige driehoek aan met zijde 2,7 cm. Zo plakken we er steeds rechtsboven een gelijkzijdige driehoek aan, de ene keer met de top naar beneden, de andere keer met de top naar boven. De zijden van de nieuw te plakken driehoek zijn 0,9 keer zo groot als de zijden van de vorige driehoek die werd geplakt.

In figuur 9 zie je de figuur in opbouw: na zeven keer plakken. Na elke keer plakken komt de figuur dichterbij de finishlijn.

We plakken oneindig vaak.

figuur 9



to 14 Onderzoek met behulp van een berekening of de figuur op den duur de finishlijn overschrijdt.

figuur 10 VWO-B12

een screening door onafhankelijke docenten hebben de examenmakers zich verkeken op de moeilijkheid van deze opgave. Vooral in het A12-examen was de score op deze opgave dramatisch laag. Kennelijk was de opgave dusdanig abstract dat de leerlingen er geen gat in zagen. Gelukkig bleef de schade beperkt tot twee vragen aan het eind van het examen. Door de N-term te relateren aan de score van de reguliere populatie is hiervoor gecompenseerd. De extra vaardigheid van de complexpopulatie moet zich vertalen in een hoger cijfer voor de complexpopulatie. Op deze manier kan de hoogte van de N-term bepaald worden. De scores op de afzonderlijke vragen zijn terug te vinden **in tabellen 20 en 21** [VWO A1-compex 2007, VWO A12-compex 2007].

### VWO A1 compex

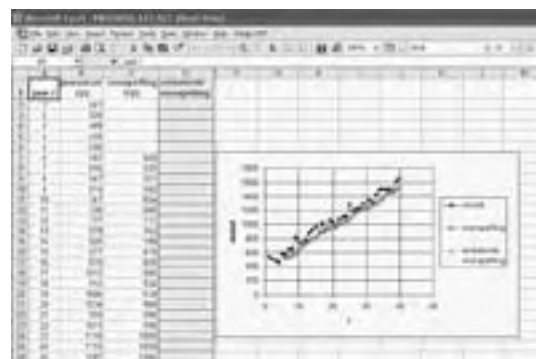
De eerste opgave, *Gemeenteraadsverkiezingen*, vertoonde grote gelijkheid met de opgave *Restzetels* uit het reguliere A1-examen. De eerste vraag was zelfs vrijwel identiek. Alleen beschikte de complexpopulatie over een Excel-werkblad met daarin de aantallen uitgebrachte stemmen op de verschillende partijen. De score van de twee populaties op deze vraag was (zoals verwacht) nagenoeg identiek. De laatste vraag van deze opgave bleek lastig. Met behulp van de schuifbalk wisten veel leerlingen nog wel te vertellen wat het minimale aantal stemmen op de VVD had moeten zijn om ze een extra zetel te geven, maar het aantonen met behulp van een berekening leverde de nodige problemen op. Deze eerste opgave kwam toch op een zeer behoorlijke gemiddelde  $p'$ -waarde van 70.

De opgave *Prognose* bevatte drie vragen. Deze opgave ging over het feit dat bij

lineaire omzetgroei de voorspelling, gebaseerd op het gemiddelde van de laatste 4 of 5 jaar, structureel te laag is. De eerste vraag had betrekking op de kennis van de  $\sqrt{n}$ -wet. Leerlingen moesten kiezen of de standaardafwijking van het gemiddelde van vier waarnemingen een kwart dan wel de helft is van de standaardafwijking van een enkele waarneming. 85% van de leerlingen scoorde 0 punten op deze vraag, waarmee is aangetoond dat de leerlingen dit erg moeilijk vonden. De tweede vraag, waarbij de tabel ingevuld diende te worden, ging nog wel goed ( $p' = 77$ ), maar op de laatste vraag waarbij enig inzicht in de context vereist was, werd heel slecht gescoord. Alles op een rijtje zettend (en tevens rekening houdend met de vergelijking met de reguliere populatie), volgt hieruit een N-term van 1,2 waarbij een percentage onvoldoende hoort van 22% en een gemiddeld cijfer 6,3.

### VWO A12 compex

De eerste opgave, *Presidentsverkiezingen*, ging over het kiesstelsel in de Verenigde Staten.



figuur 11 VWO-A12 Compex, Excel-werkblad bij vraag 19; gedeeltelijk

Iedereen weet dat iemand daar president kan worden met minder dan de helft van de stemmen. Deze opgave ging op zoek naar het minimale aantal stemmen dat iemand nodig heeft om tot president gekozen te worden. Hiervoor kreeg de leerling de beschikking over de aantallen inwoners en het aantal kiesmannen van elke staat. De leerling werd een klein beetje op weg geholpen, maar moest toch ook veel zelf doen. Het antwoord op de vraag wat het minimale aantal stemmen (uitgedrukt in procenten van het aantal inwoners) is, is zowel verrassend als schokkend: 22%. Dat er nog steeds docenten zijn die beweren dat ze de meerwaarde van het complex-examen niet zien, vinden we jammer. Vooral met deze opgave denken we dat de meerwaarde wel heel zichtbaar is. De opgave *Presidentsverkiezingen* bevatte vier vragen. De eerste was erg eenvoudig. De tweede herbergde een onzuiverheid. Hoewel uit de context duidelijk was geworden dat gezocht moest worden naar het minimale aantal inwoners waarmee meer dan de helft van het aantal kiesmannen werd verkregen, stond dit niet ondubbelzinnig in de vraag. Gevraagd werd naar minimaal 270 kiesmannen uit de staten met het kleinste aantal inwoners per kiesman. De op deze manier gevonden staten hadden 271 kiesmannen. Daarmee hadden ze wel het laagste aantal inwoners per kiesman, maar (na een omwisseling) kon toch met minder inwoners meer dan de helft van de kiesmannen verkregen worden. Deze laatste omwisseling was niet nodig wanneer je de vraag 'sec' leest. Om voor deze onzuiverheid te corrigeren is de N-term extra opgehoogd. De laatste vraag over de prioriteiten waar het systeem uit de doeken wordt gedaan hoe van aantallen inwoners naar aantallen kiesmannen wordt gegaan, was niet eenvoudig maar wel te doen ( $p' = 39$ ).

De laatste opgave, *Prognose*, bestond uit drie vragen. De opgave had dezelfde achtergrond als bij A1 (zie hierboven), maar nu werd de lineair toenemende omzetgroei gemodelleerd door er toevallige schommelingen bij op te tellen. De eerste vraag was nog wel doenlijk (zie pag. 25). Daar werd gevraagd wat de invloed was van de parameters  $a$  en  $b$  op het verschil tussen de voorspelling en de jaarmet. De laatste twee vragen daarentegen werden erg slecht gemaakt met  $p$ -waarden van respectievelijk 12 en 4. De formulevaardigheid van de tweede vraag en het inzicht in de context, nodig voor de derde vraag, waren kennelijk teveel gevraagd voor de gemiddelde A12-leerling. Deze constatering is meer dan een open deur. Het geeft input voor de evaluatie en zal zeker in komende examens verwerkt worden. De constatering dat de complexleerling geen recht zou zijn gedaan en dat men dus maar beter met complex kan stoppen, is in onze ogen niet terecht. De cijfers zijn wel degelijk gekoppeld aan het reguliere examen en de complexleerling heeft toch een extra vaardigheid opgedaan. Dat hij dit op twee vragen in het examen niet heeft kunnen tonen, neemt niet weg dat hij er in de rest van zijn leven wel degelijk profijt van zal hebben. Conclusie is dat dit examen werd afgerond met een N-term van 1,8 waardoor 23% van de leerlingen een onvoldoende kreeg en het gemiddeld cijfer op 6,4 uitkwam.

### Noot (red.)

- [1] De centrale examens (opgaven, bijlagen, correctievoorschrift) kunnen worden gedownload via de website van Cito ([www.cito.nl](http://www.cito.nl)); vmbo: [www.cito.nl/volcel/vmbol/ex2007/eind\\_fr.htm](http://www.cito.nl/volcel/vmbol/ex2007/eind_fr.htm) havo/vwo: [www.cito.nl/volcel/havovwo/ex2007/eind\\_fr.htm](http://www.cito.nl/volcel/havovwo/ex2007/eind_fr.htm)

### Over de auteurs

Anita de Bruijn, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Paul van der Molen, Melanie Steentjes en Gerard Stroomer zijn wiskunde-medewerkers en examenmakers van Cito te Arnhem (website: [www.cito.nl](http://www.cito.nl)). Hun e-mailadressen zijn achtereenvolgens [anita.debruijn@cito.nl](mailto:anita.debruijn@cito.nl), [kees.lagerwaard@cito.nl](mailto:kees.lagerwaard@cito.nl), [ger.limpens@cito.nl](mailto:ger.limpens@cito.nl), [paul.vandermolen@cito.nl](mailto:paul.vandermolen@cito.nl), [melanie.steentjes@cito.nl](mailto:melanie.steentjes@cito.nl) en [gerard.stroomer@cito.nl](mailto:gerard.stroomer@cito.nl).

Tabel 1 – Leerlingenaantallen 2007

VMBO		HAVO		VWO		
Wiskunde CSE GL/TL	40345	Wiskunde A12	21753	Wiskunde A1	3017	
Wiskunde CSE A1	77350	Wiskunde B1	3027	Wiskunde A1-complex	748	
Wiskunde CSE BB	12848	Wiskunde B12	3331	Wiskunde A12-complex	737	
Wiskunde CSE 11-12-13-14	8671			Wiskunde B1	11510	
			totaal	13724	Wiskunde B12	7324
					totaal	37503

Tabel 2 – Verzamelde N-termen

Tijdvak 2007	VMBO			HAVO			VWO					
	BB	KB	GL/TL	A12	B1	B12	A1	A1 complex	A12 complex	B1	B12	
N-term	8	2,5	1,5	1,4	0,7	2	0,7	1,2	0,7	1	0,7	1,0
gemiddelde	6,6	6,2	6,2	6,6	6,7	6,8	6,7	6,3	6,7	6,4	6,3	6,4
percentage onvoldoende	28	25	20	24	25	26	30	22	30	23	31	28

Tabel 3 – VMBO BB vanaf 2003

jaar	N-term	gemiddelde	percentage onvoldoende	correcte lim. fouten
2007	1,712	6,466	27,20	0,2
2006	1,4	6,8	14	
2005	1,8	6,3	30	
2004	0	7	0	
2003	1,4315	6,7315	23,79	0,1

Tabel 4 – VMBO BB 2007

opgave	Muntten sparen	Champagne-toren	Kippenhok	Hartslag	Studeerkaarten	Berekenen van planten
vraagnr.	1 2 3 4 5	6 7 8	9 10 11 12	13 14 15 16	17 18 19 20	21 22 23
max score	1 2 3 3 2	1 2 3	2 1 3 2	1 3 2 3	2 2 3 3	1 2 3
p-waarde	50 50 67 80 20	75 82 38	35 57 71 48	90 24 57 23	63 29 26 70	30 25 30

Tabel 5 – VMBO BB 2007 digitaal

opgave	Hartslag
vraagnr.	4 5 6 7
max score	1 3 1 2
p-waarde	27 64 59 20

Tabel 6 – VMBO KB 2007

opgave	Marktprijs	Volleybal	Vaux	Sauna	Wandkruis	Bog wandeling
vraagnr.	1 2 3 4	5 6 7 8	9 10 11 12 13	14 15 16 17	18 19 20 21	22 23 24 25
max score	3 4 3 4	2 4 4 3	4 3 2 4 2	3 3 2 3	2 4 3 4	3 2 2 3
p-waarde	78 41 48 48	55 75 26 59	23 25 27 17 21	38 21 20 22	40 43 18 7	54 58 58 11

Tabel 7 – VMBO GL/TL 2007

opgave	Volleybal	Vaux	Sauna	Wandkruis	Cumulatietoel	Hoelimpier
vraagnr.	1 2 3 4	5 6 7 8	9 10 11 12	13 14 15 16 17 18	19 20 21	22 23 24 25
max score	2 4 4 3	4 6 4 3	3 3 3 4	2 4 3 4 3 6	1 3 4	3 4 3 4
p-waarde	50 37 37 20	55 38 41 20	72 72 10 20	72 72 12 5 22 4	20 26 41	75 47 11 28

Tabel 8 – VMBO Overlap KB – GL/TL

	opgave	Marktprijs	Volleybal	Vaux	Wandkruis
	max score	3 4 3 4	4	4 4 2	2 4 3 4
KB	vraagnr.	1 2 3 4	5	9 12 13	18 19 20 21
	p-waarde	75 41 48 25	72	22 12 21	30 32 16 7
GL/TL	vraagnr.	22 23 24 25	2	5 7 8	13 14 15 16
	p-waarde	02 47 51 15	02	06 7 02	56 54 16 15
verschillen p-waarden		6 6 9 11	14	3 24 15	15 12 10 9

Tabel 9 – HAVO A12 2007

opgave	Marathon	Duikloop dragen	Vereniging burmanen	Primerinkt	Buikamer- rubuke
vraagnr.	1 2 3 4 5	6 7 8 9	10 11 12 13 14	15 16 17 18 19	20 21 22
max score	9 4 9 4 9	9 7 9 4	9 6 9 4 4	9 9 4 4 4	3 4 6
p-waarde	29 26 75 70 71	29 20 26 11	23 15 72 23 29	30 26 19 29 22	70 26 12

Tabel 10 – HAVO B1 2007

opgave	De wet van Moore	Lichaamsdemping van mannen en vrouwen	Nobele telefoon	Pakjeospel	Nachtstudies en rechte lijn
vraagnr.	1 2 3 4	5 6 7 8	9 10 11	12 13 14 15 16	17 18 19 20
max score	9 9 9 6	3 3 4 4	8 3 2	8 4 3 8 5	5 4 5 4
p-waarde	23 77 72 26	24 24 22 70	24 24 24	79 20 22 21 24	22 25 23 44

Tabel 11 – HAVO B12 2007

opgave	De wet van Moore	Wortel- functie	Algemeen prisma	Mobiele betonnen	Rijnroepel	Werdende duiker
vraagnr.	1 2 3	4 5 6	7 8 9	10 11 12	13 14 15 16	17 18 19
max score	3 3 4	4 4 3	4 3 3	3 3 3	4 4 3 3	4 4 7
p-waarde	90 27 72	27 23 41	17 22 26	27 21 26	74 72 44 42	25 20 47

Tabel 12 – VWO A1 2007

opgave	Reestels	Rijexamen	Verhoudingen	IQ	Graanbelegging
vraagnr.	1 2 3 4	5 6 7	8 9 10 11	12 13 14 15 16	17 18 19
max score	4 3 3 3	3 7 4	4 7 3 4	4 3 3 3 3	3 3 3
p-waarde	21 27 29 23	25 32 14	22 24 22 28	22 24 22 42 27	20 27 22

Tabel 13 – VWO A12 2007

opgave	Reestels	Rijexamen	Gevoels- temperatuur	Honinghien	IQ
vraagnr.	1 2 3 4	5 6 7 8	9 10 11	12 13 14 15 16	17 18 19 20
max score	4 3 3 3	3 4 4 6	3 3 3	3 3 3 3 3	3 4 3 3
p-waarde	25 28 28 45	23 15 29 41	27 27 26	20 20 20 20 20	20 27 26 22

Tabel 14 – VWO overlap A1 – A12

	opgave	Reestels	Rijexamen	IQ	totaal
A1	vraagnr.	1 2 3	5 6 7	12	
	max score	4 3 3	3 4 4	3	28
	p-waarde	21 27 29	25 32 14	24	27
A12	vraagnr.	1 2 3	5 6 7	17	
	max score	4 3 3	3 4 3	3	26
	p-waarde	25 28 28	23 15 29	26	21

Tabel 16 – VWO A1 / A12 vanaf 2004

jaar	p-waarden in overlap	
	A1	A12
2007	77	75
2008	40	51
2010	55	81
2014	55	72

Tabel 18 – VWO B1 2007

opgave	Podiumverlichting			Gen. familie paradijsen			Twee koptampen		Brievenweger				Kraakbel				De functie $f(x) = x^2$			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max score	2	5	5	4	5	5	5	4	2	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	5
p-waarde	70	74	80	87	88	41	86	87	70	47	54	47	54	50	50	58	48	24	74	40

Tabel 17 – VWO B12 2007

opgave	Podiumverlichting			Kraakbel			Girkelinhart			De functie $f(x) = x^2$				Ordevoeten plaatsen		Brievenweger				Spiegelglas op een of los	
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
max score	1	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	4	4	5	4	4	
p-waarde	52	81	81	67	63	72	75	84	20	82	47	74	44	45	75	54	55	53	44	40	

Tabel 18 – VWO overlap B1 – B12

		opgave	Podiumverlichting			Brievenweger				Kraakbel				De functie $f(x) = x^2$			
B1	vraagnr.		1	2	3	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
	max score		1	5	5	1	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	
	p-waarde		72	74	80	70	47	54	47	54	50	50	58	48	24	74	
B12	vraagnr.		1	2	3	15	16	17	18	4	5	6	10	11	12		
	max score		1	5	5	1	4	4	3	4	4	4	4	4	4		
	p-waarde		82	81	81	75	54	56	53	57	80	73	52	76	74		

Tabel 19 – VWO overlap A1/A12 regulier – complex

	A1		A12	
	regulier	complex	regulier	complex
getal in examen	p = 50/11	p = 25/5	p = 19/7	p = 50/11
na-besluit	p = 51/7	p = 25/3	p = 26/5	p = 50/11
3-sterren-afname	5/5	2	1/7	1/5
getal in de top	5/1	4/1	8/1	5/1
% correctiesnel	50%	20%	100%	20%

Tabel 20 – VWO A1-complex 2007

opgave	ID					Groenbelasting			Rijwonen		Verbu-dingen		Geschiedenis verdedigen				Prognose		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max score	3	4	3	5	5	3	5	8	3	4	4	3	5	4	4	4	3	4	5
p-waarde	30	37	31	46	42	62	47	60	52	39	3	53	54	55	74	42	1	71	15
p-regule	50	57	56	16	37	60	37	37	53	35	14	66							

Tabel 21 – VWO A12-complex 2007

opgave	ID			Luxe-temperatuur			Rijwonen			Haring-lijpen		Presidenten-verkiezingen				Prognose			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max score	3	4	3	5	5	5	5	7	4	6	4	5	3	6	3	5	4	4	5
p-waarde	37	39	79	78	65	45	67	41	37	47	78	37	51	40	72	78	48	12	4
p-waarde	55	57	59	77	84	86	62	40	20	44	38	21							

NIET STOREN  
EXAMENS