

Examens wiskunde 2010, 1e tijdvak

VMBO KB EN GL/TL, HAVO A EN B, VWO A, B EN C

[Ger Limpens, Paul van der Molen, Jos Remijn, Melanie Steentjes en Ruud Stolwijk]

Woord vooraf

[Ger Limpens]

Zoals al uit de titel boven dit verhaal valt op te maken, wordt er ook dit jaar in dit overzichtsartikel geen aandacht gegeven aan de examens wiskunde BB. In de meegeleverde tabellen geven we slechts wat summier informatie over deze examens. In een volgend *Euclides*-nummer hopen we, net als de afgelopen jaren, alsnog iets inhoudelijks over deze examens te kunnen melden. Een en ander heeft te maken met het feit dat de BB-examens grotendeels op digitale wijze worden afgenomen en de digitale examens een ander publicatiebeleid kennen dan de 'traditionele' papieren examens. Wij als examenmakers kunnen begrip opbrengen voor de kritiek uit het veld dat de acceptatie van verdere digitalisering van examens niet bevorderd wordt door een al te gesloten houding in dat publicatiebeleid. Het is echter niet aan ons, examenmakers van Cito, een verandering in dat beleid te verordonneren.

In tabel 1 [Leerlingenaantallen 2010] – de tabellen staan **op pag. 16 en 17** – valt af te lezen dat de digitaliseringsslag in BB op dit moment nagenoeg 'gestreden' is. Hoewel de gegevens in deze tabel niet een exacte weergave van de diverse aantallen kandidaten weergeven (de tabel is onder andere gebaseerd op de bestelde hoeveelheden examens en het is bekend dat scholen daarbij zekerheidshalve altijd een zekere overmaat hanteren), is de veronderstelling gerechtvaardigd dat in 2010 circa 95% van de BB-kandidaten op digitale wijze examen gedaan heeft. Bij KG was er dit jaar voor het eerst een pilot met digitale examens. Circa 15% van die kandidaten werd via de computer geëxamineerd. In een volgend *Euclides*-nummer zullen we meer over deze pilot vertellen.

Kijkend naar de totalen binnen de diverse onderwijstypes is het wellicht interessant om na te gaan of er zich de laatste jaren een herkenbare ontwikkeling voordoet. Daartoe zijn **in figuur T1** de jaarlijkse totalen vanaf 2003 weergegeven van de kandidaten die

een examen wiskunde deden. Vanaf 2005 loopt dit jaarlijkse aantal gestaag omhoog. En verder is het zeker leerzaam om een blik te werpen (**zie figuur T2**) op de jaarlijkse onderlinge verhouding binnen de aantallen kandidaten wiskunde op die verschillende niveaus. Daar valt af te lezen dat het relatieve aantal kandidaten vmbo al die jaren daalt. En vanaf 2008 zien we dat het havo af gaat wijken van het vwo: vwo blijft nagenoeg gelijk daar waar havo groeit. Of een en ander een indicatie is van de collectieve inspanning om Nederland zich als kennisland te laten manifesteren?

In tabel 2 [Verzamelde N-termen] staan de verschillende N-termen plus bijbehorende onvoldoendepercentages en gemiddeldes verzameld. Veel van deze informatie wordt ook vermeld in de bijdragen per niveau/vak. In deze bijdragen vindt u tevens veel informatie op itemniveau waarbij ook het begrip p'-waarde regelmatig terugkeert. De p'-waarde is de gemiddelde waargenomen score uitgedrukt als percentage van de maximale score.

De onderstaande bijdragen per wiskundevak^[1] zijn tot stand gekomen op basis van de gegevens zoals die door talloze collega's zijn aangeleverd via WOLF. Dit jaar is voor het eerst bij het maken van de analyses gebruik gemaakt van alle door docenten verstrekte leerlingresultaten: voorheen was de analyse die door Cito gemaakt werd, stevast gebaseerd op de resultaten van de eerste vijf kandidaten uit de alfabetisch gerangschikte school- of docentgegevens. Bij een aantal vakken heeft dat geresulteerd in een enorme toename van de steekproefomvang. Of dat een gevolg heeft voor de kwaliteit van de analyses en zo ja welk, is op moment van schrijven nog niet geheel en al helder. Uiteraard is het wel zaak al die collega's dank te zeggen voor het verstrekken van die resultaten: zonder deze gegevens is het niet mogelijk een helder beeld te krijgen van de wijze waarop de examens gemaakt zijn. Natuurlijk maken we verder ook gebruik van de informatie die ons bereikt via de centrale en regionale

besprekingen die ook dit jaar weer onder de auspiciën van de NVvW werden georganiseerd. Ook daarvoor onze hartelijke dank. Toch ook dit jaar weer een opmerking over een zekere angst die ons examenmakers bezighoudt: de aantallen bezoekers van deze vergaderingen zijn zo klein dat we zeker niet het idee hebben dat deze bijeenkomsten recht doen aan de diversiteit van standpunten die docenten er over de examens op na zullen houden. We hopen, wellicht tegen beter weten in, dat de dalende tendens die hier te constateren valt, toch gekeerd kan worden. Een alternatieve wijze om te beluisteren wat er in den lande over de examens door collega's wordt opgemerkt, vormt het meelesen op de diverse fora van de vereniging. Dit jaar was de toegang hiertoe voor het eerst beperkt tot geregistreerde NVvW-leden en dat was verheugend te noemen. Toch geeft een forum een ander soort informatie voor ons als examenmakers dan een bespreking. Bij een forum zie je dat docenten zich al heel snel op detailniveau bezighouden met het uitpluizen van diverse interpretaties/beoordelingsmogelijkheden van bijna individuele leerlingantwoorden, terwijl een bespreking veeleer de gelegenheid biedt met een helikopterblik een uitspraak over een examen te doen. En dat laatste is voor ons van groter belang, zo mag duidelijk zijn.

Tot slot willen wij, Cito-toetsdeskundigen wiskunde, ook van de gelegenheid gebruik maken om nog eens te benadrukken dat het maken van examens niet een activiteit is die we in een ivoren toren uitvoeren. Het maken van examens kan alleen maar plaatsvinden dankzij een grote verzameling mensen uit het onderwijsveld die zich betrokken voelen. Daarbij denken we aan de docentleden van de diverse constructiegroepen en de leden van de verschillende CvE-vaksecties^[2]. Ook *screeners* willen we niet onvermeld laten evenmin als de vele docenten die zich bereid getoond hebben op de een of andere wijze proefmateriaal uit te testen en te evalueren bij hun leerlingen. Ook naar al deze mensen gaat onze dank uit.

VMBO KB-GL/TL

[Melanie Steentjes]

Ook dit jaar was er, net als vorig jaar, alleen een centrale examenbespreking van de vmbo-examens kaderberoeps (KB) en gemengde leerweg/theoretische leerweg (GL/TL). Het examen werd op de vrijdag voor het pinksterweekend afgenomen, waardoor regionale examenbesprekingen niet zinvol werden geacht. Ook werd er dit jaar minder op het forum geschreven dan vorig jaar. Waarschijnlijk had het er mee te maken dat je, zoals hierboven al gemeld, dit jaar lid moest zijn van de vereniging om de reacties op het forum te kunnen plaatsen en lezen.

Dit alles betekent dat we minder informatie hebben gekregen via deze kanalen. Maar de teneur was wel dat docenten zowel het KB- als het GL/TL-examen aan de makkelijke kant vonden. Vooral het KB-examen werd een stuk eenvoudiger gevonden dan voorgaande jaren. Dat lag volgens docenten enerzijds aan het wiskundig niveau dat eenvoudiger was. Anderzijds vonden sommige docenten de contexten en het taalgebruik beter afgestemd op de KB-leerling waardoor het examen in zijn geheel ook iets beter gemaakt werd. Het verschil tussen beide examens vond men in orde.

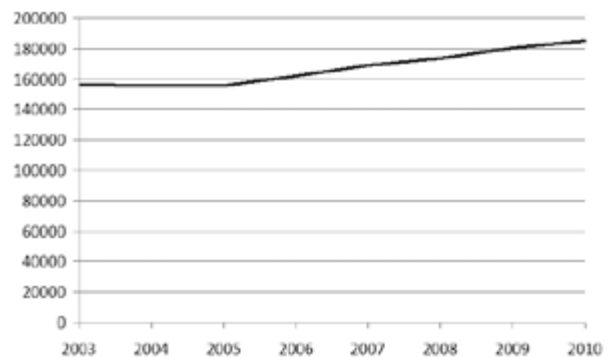
Iets nieuws was dit jaar de 'quick scan' bij het GL/TL-examen: docenten die de resultaten van hun leerlingen via WOLF hadden ingevoerd, kregen een korte vragenlijst van vier vragen voorgelegd. De 1322 docenten die deze vragenlijst hebben ingevuld, waren opvallend positief over het GL/TL-examen: ze gaven een gemiddeld cijfer van 6,85 voor dit examen. 66% van de docenten vond het examen niet te makkelijk en niet te moeilijk en 20% van de docenten vond het examen te makkelijk. Over de lengte van het examen was 92% tevreden en 90% vond de inhoudelijke aansluiting van het examen bij het gegeven onderwijs voldoende tot zeer goed.

In het vervolg van dit stuk bekijken we beide examens nader en ook de overlap tussen beide examens.

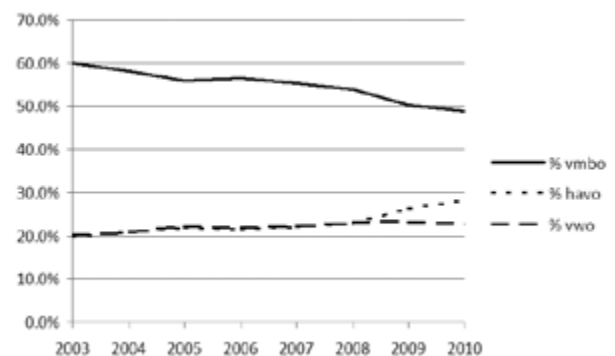
GL / TL

Het GL/TL-examen wiskunde bestond uit 24 vragen waarvoor in totaal 76 punten gehaald konden worden. Van de 35033 leerlingen van wie we de gegevens hebben, waren er 10 leerlingen die alle 76 punten gescoord hebben. Helaas waren er ook 2 leerlingen die maar 1 punt behaald hebben.

In tabel 3 [VMBO GL/TL 2010] is een overzicht van de p'-waarden per vraag te vinden.



figuur T1 Totaal kandidaten



figuur T2 Kandidaten in procenten van het totaal

Het examen startte met de context *Stappenteller*. Met een gemiddelde p'-waarde van 55,0 was dit op *Kogelstootbaan* na de slechtst scorende context van het examen. De examenmakers streven ernaar om het examen met een eenvoudige context te beginnen. Vanwege de lay-out moet de eerste context uit één pagina bestaan. We hadden voor de startcontext dus ook *Konijneneiland* of *Gevelvlag* kunnen kiezen. Gezien de gemiddelde p'-waarden van deze contexten zou elk van beide een betere keus zijn geweest. Maar het leek ons voor leerlingen niet prettig het examen te beginnen met exponentiële groei (*Konijneneiland*) of goniometrie (*Gevelvlag*). Gelukkig was de eerste vraag van *Stappenteller* goed te doen met een p'-waarde van 83. Over de tweede vraag is op het forum veel te doen geweest. Om de vraag te beantwoorden, moesten leerlingen het gemiddelde wandeltempo van een persoon schatten. Er zijn leerlingen die

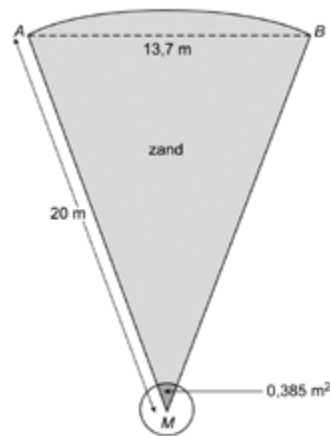
uitgegaan zijn van de (foutieve) veronderstelling dat iemand 1 stap per seconde zet. Met deze aanname werd de vraag een stuk eenvoudiger. Veel docenten vonden het lastig om uit het correctievoorschrift op te maken hoeveel punten ze konden geven voor een dergelijke oplossing. Op de examenbespreking is deze vraag ook besproken en er is aldaar besloten om hier maximaal 1 punt voor te geven. Opvallend is de lage score (p'-waarde van 27) bij vraag 3, waarbij leerlingen een woordformule moesten geven van een lineair verband. 57% van de leerlingen scoorde hier geen enkel punt. Bij vraag 5 moest gerekend worden met een groefactor. Dat ging verrassend goed met een p'-waarde van 51. Bij de context *Van Betancuria naar Antigua* (overlap met het KB-examen) moesten leerlingen aan de hand van een hoogtelijnenkaartje tekenen, meten en rekenen. Dit is ze in het algemeen goed afgegaan. Discussie was er op het forum over vraag 7.

Daar moest het gedeelte van de wandelweg gekleurd worden waar het hoogste punt van de wandeling kon liggen. Veel leerlingen hebben maar een deel van de wandelweg tussen de twee hoogtelijnen van 500 meter gekleurd, wellicht omdat ze ervan uitgegaan zijn dat het hoogste punt nooit direct naast de hoogtelijn van 500 meter kan liggen. In de examenbespreking is besloten om hiervoor 1 punt af te trekken. Uit de resultaten blijkt dat deze vraag niet goed discrimineert: leerlingen met een hoge score op het hele examen scoorden niet echt beter op deze vraag dan leerlingen met een lage score op het hele examen. Uiteindelijk een minder geschikte vraag dus. Een vraag die daarentegen volgens de gegevens wel goed onderscheid maakte tussen de vaardige en minder vaardige leerlingen was vraag 10 waarbij een hellingshoek moest worden berekend met behulp van de tangens.

De GL/TL-leerlingen scoorden hier een p'-waarde van 52 op, een stuk beter dan de KB-leerlingen met een p'-waarde van 27. *Magnetic* was met een gemiddelde p'-waarde van 83,4 de best gemaakte context van het GL/TL-examen. Vooral op vraag 12 werd goed gescoord. 85% van de leerlingen haalde hier alle punten. Op het forum werd gemopperd dat er volgens het correctievoorschrift geen punten mochten worden afgetrokken als er een vloeiende lijn door de punten was getekend. Dit was volgens een aantal docenten juist iets wat je van GL/TL-leerlingen mag vragen. De examenmakers wilden met deze vraag vooral toetsen of leerlingen de formule konden omzetten in een grafiek. Het discreet of continu zijn van de variabelen werd bewust buiten beschouwing gelaten. Gezien de behaalde p'-waarde van 95 hebben de criticasters gelijk en hadden er wel wat meer eisen gesteld mogen worden.

Kogelstootbaan had geen overlap met het KB-examen. Dit was ook de laagst scorende context met een p'-waarde van 38,2. Maar uit gegevens blijkt dat alledrie de vragen een heel goed onderscheid maakten tussen minder vaardige en vaardige leerlingen. Kortom: een prima context voor een GL/TL-examen vanuit ons perspectief. Op vraag 16 (zie figuur 1) is een erratum gekomen omdat pas in vraag 17 staat dat AB een cirkelboog is (en dus geldt dat $MA = MB$). Maar ook voor de berekening van het antwoord op vraag 16 had je dit gegeven nodig. Je moest namelijk

De kogelstootbaan wordt aangelegd met de afmetingen die in onderstaande figuur staan.



16 Laat met een berekening zien dat hoek M in driehoek MBA inderdaad 40° is.

figuur 1 Uit: VMBO-GL/TL 2010 (Kogelstootbaan)

weten dat driehoek MAB een gelijkbenige driehoek is om met de sinus de halve hoek M uit te kunnen rekenen. Opvallend is de lage p'-waarde (36) in vergelijking met de twee andere vragen uit het examen waarin goniometrie getoetst werd (vraag 10 en 23 met p'-waarden van respectievelijk 52 en 56). Het verschil lijkt hem erin te zitten dat in de figuur bij vraag 16 niet direct een rechthoekige driehoek te herkennen was, in tegenstelling tot de driehoeken bij vraag 10 en 23. Hierdoor leken leerlingen niet te weten hoe ze vraag 16 moesten aanpakken: 57% van de leerlingen scoorde geen enkel punt. Van de leerlingen die echter wel een idee hebben gehad hoe dit aangepakt moest worden, haalde het grootste gedeelte ook alle vijf punten. Bij vraag 17 moest de oppervlakte van een deel van een cirkelsector worden berekend. Met een p'-waarde van 24 was dit de slechtst gemaakte vraag van het examen.

Dat leerlingen weinig moeite hebben met vragen over exponentiële groei blijkt wel uit de resultaten bij de context *Konijneneiland*. De meeste moeite hebben leerlingen nog gehad met de laatste vraag waarin gevraagd werd om de grenswaarde te berekenen. Het examen sloot af met de context *Gevelwag*, een context die ook in het

KB-examen zat. In deze context moesten leerlingen rekenen met de stelling van Pythagoras, tangens en oppervlakte. Niet eenvoudig, maar met een gemiddelde p'-waarde van 66,9 ging het leerlingen goed af. Sommige leerlingen rekenden met schaal, maar omdat er duidelijk was aangegeven dat het om schetsen ging (de hoeken klopten ook niet helemaal) kon dat niet goed gerekend worden. Alle drie de vragen van deze context maakten, net als de vragen van *Kogelstootbaan*, een goed onderscheid tussen vaardige en minder vaardige leerlingen. Opvallend, maar niet onverwacht, is ook het grote verschil in p'-waarden tussen GL/TL-leerlingen en KB-leerlingen bij deze context. Het CvE besloot de N-term voor dit examen vast te stellen op 0,4. Dat resulteerde in een examen met 33,8% onvoldoendes en een gemiddeld cijfer van 6,0.

KB

Het KB-examen wiskunde bestond uit 25 vragen waar in totaal 73 punten voor gehaald konden worden. Van de 16577 leerlingen waar we de gegevens van hebben, waren er 6 leerlingen die alle 73 punten gescoord hebben. Er was 1 leerling die

Op zondag 12 december 2004 werd in Eindhoven het grootste pitabrood ter wereld gebakken.



- 1 Voor het bakken werd een ronde bakplaat met een diameter van 6 meter gebruikt.
 → Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van de bakplaat afgerond 28,3 m² is.

figuur 2a Uit: VMBO-KB 2010 (Pitabrood)

1	maximumscore 2	
•	De straal is $(6 : 2 =) 3$ (m)	1
•	Oppervlakte is $\pi \times 3^2 = 28,27\dots$ (, dus afgerond 28,3 (m ²))	1

figuur 2b Uit: Correctievoorschrift VMBO-KB 2010 (Pitabrood)

maar 1 punt behaald heeft. **In tabel 4** [VMBO KB 2010] is een overzicht van de p²-waarden per vraag te vinden. De startcontext *Pitabrood* was prettig. Met een gemiddelde p²-waarde van 64,2 was het niet de best gemaakte context van het examen, maar gezien de lay-out waren de contexten *Gevelvlag* en *Onweer* de alternatieve startopgaven en die scoorden beide minder goed. Vraag 1 is een zogenaamde 'laat-zien'-vraag: een vraag waarin het antwoord al gegeven is. Het antwoord is bij deze vraag al gegeven omdat met het antwoord verder gerekend moet worden in vraag 4. Uit het veld kwam de opmerking dat 'laat-zien'-vragen voor KB-leerlingen erg lastig zijn. Bij vraag 1 moesten leerlingen laten zien dat de oppervlakte van de bakplaat waarop het pitabrood gebakken werd, afgerond 28,3 m² was; **zie figuur 2a**. Gezien het correctievoorschrift (**zie figuur 2b**) kon het tweede punt alleen gegeven worden als een leerling liet zien dat uit de berekening 28,27 komt (of een antwoord met nog meer decimalen). Daarvoor is gekozen omdat een leerling anders zou kunnen bluffen (zonder het uit te rekenen) dat uit zijn berekening 28,3 komt. Maar sommige docenten gaven aan dat hun leerlingen, omdat ze afronden lastig vinden,

bij een dergelijke vraag hun rekenmachine van tevoren instellen op één decimaal en dus direct die 28,3 vinden. Een andere methode aanleren bij dit soort vragen zou te abstract zijn voor een KB-leerling. Bij vraag 4 van *Pitabrood* moest verder gerekend worden met deze 28,3 m² om het totaal aantal kg beleg te berekenen dat gebruikt werd. In deze vraag moest omgerekend worden van m² naar cm² en vervolgens van gram naar kg. Dat leerlingen dit lastig vinden, blijkt wel uit de p²-waarde van 36. Maar 7% van de leerlingen wist bij deze vraag alle vier de punten te halen. De formule waarmee gerekend moest worden in *Queteletindex* was waarschijnlijk herkenbaar voor veel leerlingen. Deze context ging erg goed met een gemiddelde p²-waarde van 78,6. In vraag 6 moest worden teruggerekend om het streefgewicht te kunnen berekenen, maar ook daar hadden leerlingen weinig moeite mee (p²-waarde van 71). In vraag 7 moest het gedeelte aangegeven worden in de grafiek dat hoort bij een normaal gewicht. Deze vraag werd behoorlijk goed gemaakt (p²-waarde van 69), maar discrimineerde niet echt goed: leerlingen met een hoge score op het hele examen scoorden niet echt beter op deze vraag dan leerlingen met een

lage score op het hele examen. Wellicht heeft een aantal leerlingen goed gegokt bij het inkleuren van het bedoelde gedeelte. De context *Van Betancuria naar Antigua* was een context die ook in het GL/TL-examen stond. De KB-leerlingen scoorden een stuk minder goed dan de GL/TL-leerlingen. Het verschil was het grootst bij vraag 13 waarin de hellingshoek moest worden berekend met behulp van de tangens. Deze vraag had bij het KB-examen een p²-waarde van 27, terwijl de GL/TL-leerlingen er een p²-waarde van 52 op scoorden.

De context *Magnetic* verschilde licht van de overeenkomstige context in het GL/TL-examen. In het KB-examen waren de haakjes uitgewerkt in de formule voor het totaal aantal staafjes, waardoor de formule een stuk eenvoudiger werd. Ondanks deze vereenvoudiging bleef er echter een behoorlijk verschil tussen de p²-waarden van de vragen bij het KB-examen en het GL/TL-examen. Ook vraag 17 waarin een vooraanzicht moest worden getekend, is bij het KB-examen iets eenvoudiger gemaakt dan bij het GL/TL-examen. Hier scoorden de KB-leerlingen echter zelfs een stuk beter op dan de GL/TL-leerlingen: met een p²-waarde van 90 blijkt wederom dat tekenvragen de KB-leerlingen wel liggen! Ook in de eerste vraag van *Gevelvlag* (vraag 18) moest er getekend worden, namelijk het spiegelbeeld van een vlag. Ook hier scoorde men in het algemeen erg goed. De overige drie vragen van deze context stonden ook in het GL/TL-examen. De KB-leerlingen hadden beduidend meer moeite met deze berekeningen met de Stelling van Pythagoras, tangens en oppervlakte. Opvallend is dat, net als bij het GL/TL-examen, de scores op vraag 20 zeer overeenkomen met de scores op vraag 13. In beide vragen moest met de tangens gerekend worden. Gezien de p²-waarden van vraag 13 en 20 (respectievelijk 27 en 26) hebben KB-leerlingen hier erg veel moeite mee. Bij beide vragen scoorde ruim 60% van de leerlingen geen enkel punt. De drie overlapvragen maken volgens de gegevens, net als in het GL/TL-examen, een goed onderscheid tussen de vaardige en minder vaardige leerlingen. De laatste context van het examen was *Onweer*. Hier moest gerekend worden met de snelheid van het geluid en met afstanden. Bij de laatste vraag moest een

woordformule gemaakt worden. Dat ging niet goed: 70% van de leerlingen scoorde hier geen enkel punt en met een p'-waarde van 19 was het de slechtst gemaakte vraag van het examen. Geen fijne vraag om een examen mee af te sluiten.

Het CvE besloot de N-term voor dit examen vast te stellen op 0,7. Dat resulteerde in een examen met 35,6% onvoldoendes en een gemiddeld cijfer van 6,0.

Overlap KB en GL/TL

In totaal waren er 9 vragen die zowel in het KB-examen als in het GL/TL-examen zaten. Er waren in totaal 27 punten te behalen; **zie tabel 5** [VMBO overlap GL/TL-KB] voor details. De KB-leerlingen scoorden op de overlap een gemiddelde p'-waarde van 44,3. Voor het deel van het examen dat specifiek voor KB is, scoorden ze een gemiddelde p'-waarde van 67,0. De KB-leerlingen scoorden dus beduidend beter op het KB-specifieke deel dan op het overlagedeelte. Dit is ook wat de examenmakers beoogden.

De GL/TL-leerlingen scoorden een gemiddelde p'-waarde van 66,4 op het overlagedeelte. Het verschil met KB is groter dan voorgaande jaren. Op het GL/TL-specifieke deel scoorden de GL/TL-leerlingen een gemiddelde p'-waarde van 60,3. Een conclusie die de examenmakers hieruit moeten trekken, is dat het GL/TL-specifieke deel wel wat lastiger had gemogen.

HAVO A [Jos Remijn]

Het examen havo wiskunde A werd dit jaar voor de tweede keer volgens het nieuwe 2007-programma afgenomen. Vergeleken met vorig jaar was dit examen gemakkelijker. Het CvE bepaalde de N-term op 0,5. Dit leidde tot een gemiddeld cijfer van 6,3 met 27% onvoldoendes. Net als vorig jaar koos zo'n 65% van alle havo-kandidaten het vak wiskunde A. Voor C&M-kandidaten blijft het vak duidelijk problemen geven. In de steekproef bevond zich 12% C&M-kandidaten met een gemiddelde van 5,5 en 48% onvoldoendes. Dit jaar scoorden de N&G-kandidaten (21%) nauwelijks beter dan de E&M-kandidaten, een opmerkelijk verschil met vorig jaar, toen de N&G-ers gemiddeld 0,4 punt hoger scoorden.

In deze opgave bekijken we het percentage van de maximale capaciteit van het netwerk dat gebruikt wordt voor het gastransport. Dit percentage P wordt gegeven door de volgende formule. Hierin is T de buitentemperatuur in °C.

$$P = 5,5 + \frac{18 - T}{30} \cdot 94,5$$

De gasleverancier komt dus in de problemen op dagen dat de buitentemperatuur lager is dan -12 °C.

Volgens het KNMI gebeurt dat niet vaak. Zij hebben elk jaar op alle 90 dagen van de winterperiode de temperatuur gemeten. Uit hun gegevens blijkt dat in de afgelopen 100 jaar in totaal op slechts 21 dagen de buitentemperatuur lager was dan -12 °C.

Hiermee kunnen we de kans schatten dat op een willekeurige dag in de winterperiode de buitentemperatuur lager is dan -12 °C.

- 12 Schat deze kans door middel van een berekening.

De formule voor P kun je herleiden tot de bekende vorm:

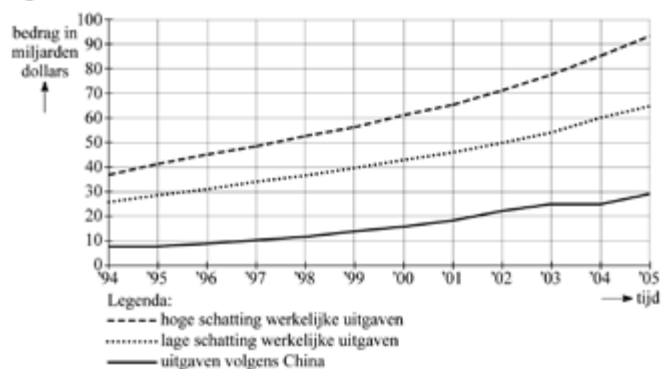
$$P = a \cdot T + b$$

- 13 Bereken a en b .

figuur 3 Uit: HAVO-A 2010 (Gastransport)

China ontwikkelt zich in hoog tempo tot grootmacht, ook op het militaire vlak. Het Pentagon, het Amerikaanse Ministerie van Defensie, houdt de Chinese defensie-uitgaven nauwlettend in de gaten. In figuur 1 staan de Chinese defensie-uitgaven volgens China zelf en volgens twee schattingen van het Pentagon, een hoge en een lage. Duidelijk is te zien dat het Pentagon uitgaat van veel hogere defensie-uitgaven dan China opgeeft.

figuur 1



In figuur 1 is te zien dat de hoge schatting van de uitgaven vanaf 1994 tot 1999 (nagenoeg) lineair toenam van 37 miljard dollar tot 56 miljard dollar. Stel dat deze lineaire toename ook na 1999 was doorgegaan.

- 6 Bereken hoe groot de hoge schatting van de uitgaven dan in 2003 zou zijn geweest.

(...)

In 2005 was de lage schatting 65 miljard dollar en de hoge 93 miljard dollar, een verschil van 28 miljard dollar.

Voor de jaren na 2005 voorspelde het Pentagon dat de defensie-uitgaven exponentieel zouden blijven toenemen. Voor de lage schatting (in deze periode) ging het Pentagon uit van een jaarlijkse groei van 8,5% en voor de hoge schatting van 9,5%.

- 8 Bereken in welk jaar het verschil tussen de lage en de hoge schatting voor het eerst meer dan 50 miljard dollar zal zijn.

figuur 4 Uit: HAVO-A 2010 (China's defensie-uitgaven)



Een derde deel van de docenten die de regiovergaderingen bezochten, vond het niveau van dit examen te laag. De helft van de daar aanwezige docenten ziet graag wat meer vragen met algebra. Omdat vragen 10 en 11, waar geredeneerd moest worden met een formule, niet als vragen over algebra herkend werden, was voor velen vraag 13 de enige echte algebra-vraag in het examen; **zie figuur 3**. Met een p'-waarde van 13 was dit veruit de moeilijkste vraag van het examen. Kennelijk zijn dergelijke standaardvragen voor de kandidaten toch veel te lastig. Evenwel, dergelijke vragen zullen in het examen blijven voorkomen.

Van het forum werd ook dit jaar veel door docenten gebruik gemaakt. Net als vorig jaar werd daar door docenten weer gevraagd om een duidelijk CvE-standpunt over breien, notatiefouten en afrondingen. De absolute koploper was de discussie over vraag 8; **zie figuur 4**. Hierover konden maar liefst 72 bijdragen van collega's worden genoteerd. De opgave had de Chinese defensie-uitgaven als onderwerp. In vraag 8 werd gevraagd in welk jaar het verschil tussen twee schattingen voor het eerst meer dan 50 miljard dollar zou zijn. Dit kon worden berekend door uit te gaan van de gegevens in het jaar 2005 en dan met een (continu) exponentieel model te rekenen. De oplossing van de vergelijking was 5,3 en dit moest dan wel correct (naar boven) worden afgerond naar het gehele getal 6, zodat het antwoord 2011 was. Het ging hier om defensie-uitgaven in een jaar, de waarde 5,3 betekent dan dus helemaal niets. Veel docenten lieten op het forum zien dat ze deze vraag niet helemaal hadden begrepen. Men liet via foutieve en gekunstelde redeneringen zien dat het antwoord 2010 ook te verdedigen was, of zelfs beter was dan 2011. In de discussie werd het tijdstip waarop de schatting werd gedaan, betrokken. Er werd zelfs geopperd dat het Pentagon misschien wel dagelijks een schatting maakte, zodat het antwoord (april) 2010 was. Maar de correcte terugvertaling naar het probleem verdween uit beeld. Omdat dit een belangrijk element in het vak wiskunde A behoort te zijn, is deze onzekerheid bij de docenten een zorgelijke zaak.

Een korte bespreking van het examen per opgave. Het examen kende 23 vragen, verdeeld in vijf opgaven; **zie tabel 6**

[HAVO A 2010] voor de details. De startopgave *Een tenniswedstrijd* was een herkenbare kansvraag. Docenten waren niet te spreken over de vragen 2 en 5: daar werden steeds twee vragen in één gesteld. Hoewel van kandidaten mag worden verwacht dat ze goed lezen, werd dit toch als ongewenst bestempeld. De opgave *China's defensie-uitgaven* vroeg naar vaardigheden rondom extrapoleren, exponentiële groei en procentrekenen. Hier viel vooral op dat de vragen 8 en 9, waarschijnlijk vanwege de economische context, door kandidaten met een E&M-profiel duidelijk beter werden gemaakt dan de N&G-kandidaten. De opgave *Gastransport* vroeg om een goed begrip van de gebruikte formule. In de opgave *Kogelwerende vesten* kwam wederom de kansrekening aan de orde. Deze opgave is goed gemaakt, met uitzondering van vraag 16: daar werd een redenering gevraagd en dat blijkt lastig. De slotopgave *Brandstofverbruik* werd ook goed gemaakt. De laatste twee vragen handelden over een gebroken formule. Er was bij vraag 23 bij de docenten ongenoegen over de vraagstelling 'onderzoek met de GR'. Er waren kandidaten die aangaven niet te weten wat met deze afkorting werd bedoeld. Jammer maar uiteraard een onbedoelde handicap en ook onverwacht: in de correctievoorschriften wordt de betreffende afkorting al diverse jaren telkenmale gehanteerd en je zou verwachten dat bij examentraining iedere leerling bekend zou zijn geraakt met deze formulering.

HAVO B **[Paul van der Molen]**

In de aanloop naar de examens werd veel aandacht besteed aan havo wiskunde B. De bijzondere situatie waarin dit vak zich bevindt, maakte kennelijk veel los bij docenten. Docenten vinden dat er onvoldoende tijd is om het brede havo B-programma te doceren en om de stof (bij de leerlingen) te laten bezinken. Het examen van vorig jaar stelde daarbij ook nog eens hoge eisen. Deze spagaat heeft geleid tot gesprekken met het ministerie. Er zijn daarbij drie oplossingsrichtingen denkbaar:

- het uitbreiden van de hoeveelheid lestijd;
- het schrappen van onderdelen uit het programma;
- het verlagen van de norm.

Het is aan het ministerie om hierover een knoop door te hakken. Helaas hebben de gesprekken nog niet geleid tot concrete oplossingen.

Na het examen van vorig jaar met zijn hoge N-term en hoge percentage onvoldoende was iedereen wel benieuwd of de norm voor het examen dit jaar gehandhaafd zou blijven. Het examen heeft nu het daglicht gezien en de docenten hebben door middel van de regionale examenbesprekingen en twee vragenlijsten hun mening kenbaar kunnen maken (bij het schrijven van dit artikel waren de resultaten van de grote vragenlijst nog niet bekend). Het commentaar van de docenten was overduidelijk: het examen kreeg een slechte beoordeling. Waarom? Men vond het examen te moeilijk. De gemiddelde p'-waarde van 48,5 laat inderdaad zien dat leerlingen erg veel moeite hadden met dit examen. Men vond het examen slecht leesbaar. Veel wiskundedocenten vinden het moeilijk te verteren dat hun dyslectische leerlingen nog zoveel moeten lezen.

Men vond dat het examen te weinig routinevragen bevatte. Leerlingen oefenen in de klas bepaalde standaardsommen. Men vond dat er te weinig vragen van dit type in het examen zaten.

Men vond het examen te lang. Ondanks dat er maar 17 vragen met slechts 77 punten in het examen zaten, hadden veel leerlingen een tijdprobleem. Men vond de startopgave niet goed gekozen.

Na het lezen van bovenstaande vijf redenen rijst de vraag: was het dan een slecht examen? Dat was het niet, althans in de ogen van de examenmakers. Ten eerste had het examen een goede betrouwbaarheid en voldeden de vragen toetstechnisch gezien ieder afzonderlijk. Bovendien valt er over bovenstaande vijf punten nog wel iets meer te zeggen:

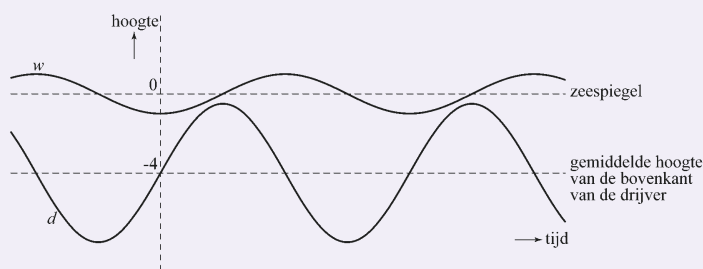
Het vervolgonderwijs wenst een bepaald niveau. Het CvE houdt vast aan dat gewenste niveau.^[3]

De teksten in een examen moeten wiskundig correct geformuleerd zijn. Dit is voor de gemiddelde havo-leerling vaak lastig te lezen. Deze leerling zou wellicht meer gebaat zijn bij slordig geformuleerde spreektaal, maar dat gaat niet op een examen. Het gebruik van contexten, dat veel tekst met zich meebrengt, maakt de wiskunde voor de leerling juist weer iets tastbaarder en zinvoller.

Van een bepaalde AWS bevindt de bovenkant van de drijver zich gemiddeld 4,0 meter onder de zeespiegel. De zeespiegel is de gemiddelde waterhoogte. Zie figuur 3. De hoogte d van de bovenkant van deze drijver ten opzichte van de zeespiegel wordt nu beschreven door: $d = -4,0 + 3,5 \sin(0,5t)$, met d de hoogte in meter en t de tijd in seconde.

De waterhoogte ten opzichte van de zeespiegel hangt af van de amplitude van de golven. Hiervoor geldt de formule $w = -A \cdot \cos(0,5t)$. Hierin is w de waterhoogte in meter, A de amplitude van de golven ($A \geq 0,5$) in meter en t de tijd in seconde. In figuur 3 zijn grafieken van d en w getekend voor een bepaalde waarde van A .

figuur 3



In de situatie van figuur 3 blijft de bovenkant van de drijver altijd onder water. Maar als de amplitude van de golfbeweging verder toeneemt, kan de drijver soms boven het water uitsteken.

- 10 Onderzoek met de grafische rekenmachine vanaf welke amplitude van de golfbeweging de drijver af en toe boven water verschijnt. Rond je antwoord in meter af op één decimaal.

figuur 5 Uit: HAVO-B 2010 (Archimedes Wave Swing)

Het is de vraag wat als routinevraag beschouwd dient te worden. Veel vragen (ruim de helft) waren vragen zoals leerlingen ze ook in hun methodes tegenkomen. Sommige vragen (zoals de opgave *Raken*) zijn dan wel weer een samenstelling van meerdere routines. En bovendien blijven sommige routinevragen gewoon lastig (zoals vragen over exponenten en logaritme).

Leerlingen hebben lang zitten zwoegen op de lastige vragen. De tijdproblemen komen dus vooral voort uit het feit dat de leerlingen moeite hadden met de opgaven. Hoewel de startvraag prima was, werden vooral vraag 2 en 3 veel te complex gevonden. Beginnen met logaritme lijkt niet zo'n goed idee.

Naast al deze kritiek was er gelukkig ook nog wel positief nieuws. Over de hoeveelheid algebra-vragen was men wel tevreden, evenals over het aantal vragen met de GR en over het correctievoorschrift.

Dan volgt nu een bespreking van het examen aan de hand van de afzonderlijke opgaven; zie ook *tabel 7* [HAVO B 2010]. De opgave *Diersoorten* begon eenvoudig. De startvraag scoorde $p' = 94$. In de tweede vraag werd van de leerling een activiteit gevraagd die hij vermoedelijk nog niet eerder had gedaan. Het werd wel stapje voor stapje uitgelegd maar toch bleek dit voor veel leerlingen niet duidelijk, gezien de lage p' -waarde van 42. De derde vraag was de moeilijkste van het hele examen met $p' = 21$. Het manipuleren met logaritmen blijkt voor havo-leerlingen nog steeds erg moeilijk. We zien dat leerlingen algebraïsch een stuk vaardiger zijn geworden vergeleken met een paar jaar geleden. Dit is vooral goed zichtbaar bij lineaire, kwadratische en wortelvormen. Goniometrie, logaritmen en exponenten blijven problematisch. In de laatste vraag van *Diersoorten* konden de leerlingen eenvoudig 2 van de 3 punten scoren door de gegevens in te vullen in de formules. Vervolgens moest er goed worden nagedacht. Dit gaf nog de nodige stof tot

discussie.

Tetraëder van Bottrop bleek een moeilijke opgave. De berekening van de exacte lengte van CT in het bovenaanzicht was bedoeld om leerlingen te helpen bij het berekenen van de hoogte van de tetraëder. Maar met $p' = 31$ en $p' = 39$ lijkt dit niet veel geholpen te hebben. Het ruimtelijk inzicht en de oefening met ruimtemeetkunde is hier vermoedelijk toch wel de beperkende factor. Sommige lesmethoden behandelen alle meetkunde in 4-havo en het lijkt er op dat leerlingen dan moeite hebben om die kennis voor het examen weer op te frissen. De laatste vraag over de tetraëder (het tekenen in het bovenaanzicht) ging daarentegen verrassend goed.

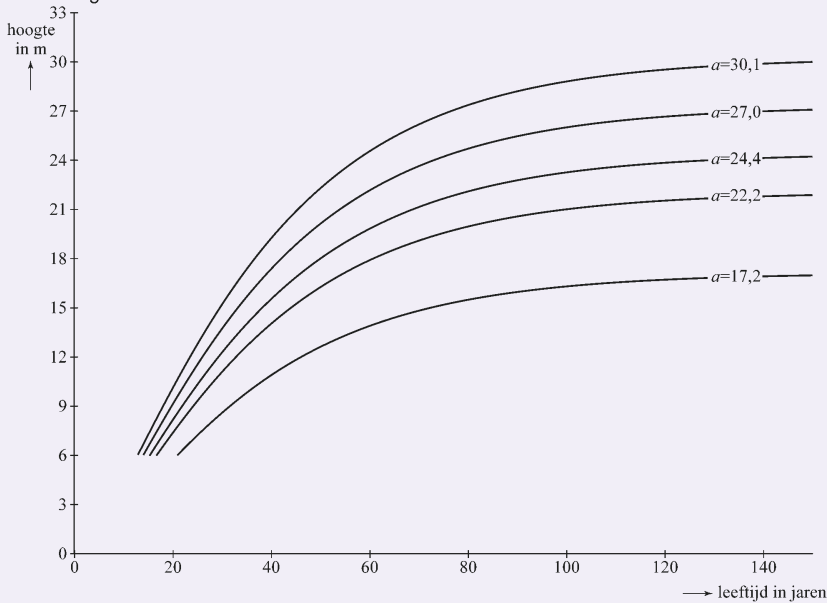
De opgave *Raken* was een opgave waar de leerlingen meerdere vaardigheden moesten combineren. Het differentiëren bleek allereerst al een grote hobbel. Het kunnen bepalen van de verticale verschuiving werd daardoor wel vertroebeld. Met $p' = 29$ is deze vraag erg moeilijk gebleken.

De opgave *Archimedes Wave Swing* (AWS) bevatte een interessante context met redelijk wat leeswerk. De eerste vraag was een standaardvraag. De tweede vraag was een wel erg creatieve vraag. Er is behoorlijk wat ophef ontstaan over het afronden dat hier moest gebeuren; zie *figuur 5*. Bij $A = 1,94$ kwam de bovenkant van de drijver net boven water en daarom moest worden afgerond naar 2,0. Hier moest toch echt even nagedacht worden. De laatste twee vragen van deze context scoorden goed met $p' = 76$ en $p' = 79$. Het werken met modellen (kwadratisch en lineair) leverde geen al te grote problemen op. De opgave *Snijpunt* was een standaard-opgave over het oplossen van een exponentiële vergelijking. Het werken met exponenten blijft (zoals reeds eerder vermeld) lastig voor deze groep. Met $p' = 41$ konden de examenmakers zich niet aan de indruk onttrekken dat de vaardigheid in het werken met exponenten niet exponentieel is toegenomen.

Vervolgens kwam *Bloempot*. Hier is slecht op gescoord. Juist bij deze vragen is goed te zien hoeveel minder vaardig deze populatie is vergeleken met de B12-populatie van twee jaar terug. Een ander opmerkelijk verschijnsel is dat jongens het op deze opgave veel beter deden dan meisjes (een verschil van 12 p-punten).

Het examen eindigde met *Wortelfunctie*.

figuur 1
grove den



Het ziet er naar uit dat je aan de waarde van a kunt zien hoe groot de verschillende grove dennen uiteindelijk worden.

- 4p 12 Onderzoek aan de hand van de formule of dit inderdaad het geval is voor de grafiek die hoort bij $a = 30,1$.

Als je naar figuur 1 kijkt, kun je je afvragen of deze grafieken door de oorsprong $(0, 0)$ gaan als we ze verder naar links zouden doortekenen. Dit is inderdaad het geval.

Sterker nog: dit is het geval voor **alle** grafieken die horen bij de algemene formule $h = a(1 - b^t)^c$ van Chapman-Richards.

- 4p 13 Beredeneer, dus zonder getalenvoorbeelden te gebruiken, dat **alle** grafieken die horen bij de formule van Chapman-Richards door de oorsprong gaan.

figuur 6 Uit: VWO-A 2010 = VWO-C, vraag 6 (Boomgroei)

De eerste vraag was standaard. De tweede daarentegen bevatte een aantal creatieve onderdelen. Deze vraag kan nu dankzij de verhoogde aandacht voor algebra in het huidige programma gesteld worden. Met $p' = 49$ ging dit lang niet slecht. Er waren docenten die het jammer vonden dat deze opgave helemaal aan het eind zat. Hij was namelijk goed te doen. Zij hadden verwacht dat veel leerlingen nog beter op deze vraag hadden kunnen scoren als deze opgave verder naar voren in het examen had gezeten. Alle informatie hierboven in ogenschouw nemend, heeft het CvE de N-term vastgesteld op 1,5 met gemiddeld cijfer 5,9 en onvoldoendepercentage 38,0.

Tot slot nog wat andere interessante informatie. Het aantal deelnemers aan havo B blijkt behoorlijk toegenomen, van ruim 12000 vorig jaar naar bijna 15000 dit jaar. Van deze leerlingen deed 11% een E&M-profiel, 15% een N&G-profiel, 36% een N&T-profiel en 38% deed een dubbel profiel N&G/N&T. De verdeling van de leerlingen over de verschillende vormen van wiskunde op havo was als volgt: 65% wiskunde A, 25% wiskunde B en 10% deed geen wiskunde. Ook wij als examenmakers zijn benieuwd in welke richting de verdeling zich de komende jaren zal ontwikkelen.

VWO C (A1-bezem) / A / A12-bezem [Ger Limpens]

Examenjaar 2010 was het eerste jaar waarbij de herziene examenprogramma's (PEP-programma's/2007-programma's) in het vwo geëxamineerd werden. Ook bij de examenmakers leidt een programmaverandering altijd tot een verhoogde spanning: het is maar zeer de vraag in hoeverre de programmaveranderingen zoals die in de examens ingezet worden, aansluiten bij hetgeen er in het veld in het kader van die veranderingen verwacht wordt. Bovendien zorgen programmaveranderingen voor een verhoogde examenproductie in de vorm van bezemexamens, ook geen dagelijkse routine natuurlijk. Al met al reden genoeg ogen en oren open te houden vanaf het moment dat de betreffende examens afgenomen werden.

VWO C

Bij vwo C kon al meteen geconstateerd worden dat niet iedere docent even blij was met het examen. Of die beperkte vreugde een gevolg was van de programma-

Bij hardloopwedstrijden over zeer grote afstanden spreekt men van ultralopen. De Atletiek Vereniging Texel organiseert om het jaar in de lente een ultraloop over maar liefst 120 km.

De ultraloop van 2005 werd bij de mannen gewonnen door Wim-Bart Knol. Hij legde de afstand af in 9 uur, 53 minuten en 48 seconden. Wij noteren dat in **wedstrijdnotatie** als 9:53:48.

Bij de vrouwen won Elke Streicher in 11:33:40. Knol liep dus sneller dan Streicher.

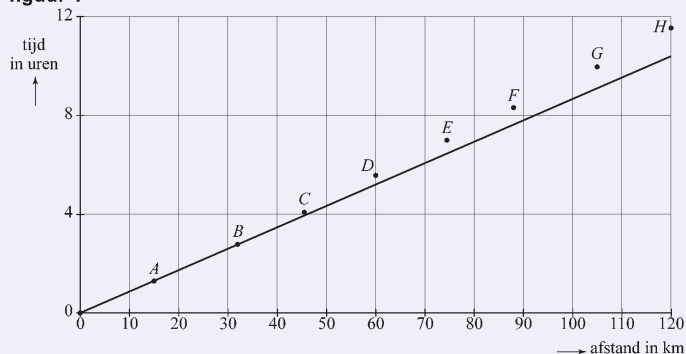
Bij controleposten langs het parcours noteerde men de tussentijden van de atleten. In tabel 1 zijn de gegevens van Streicher weergegeven.

tabel 1
tussentijden Streicher

afstand in km	15	32	45,5	60	74,5	88	105	120
tijd in wedstrijdnotatie	1:18:00	2:47:07	4:04:49	5:35:11	6:59:37	8:19:37	9:58:16	11:33:40
tijd in seconden	4680	10 027	14 689	20 111	25 177	29 977	35 896	41 620

De gegevens van tabel 1 zijn in figuur 1 grafisch weergegeven. Daar zie je op de horizontale as de afstand in kilometers en op de verticale as de bijbehorende tijd in uren. De punten *A* tot en met *H* corresponderen met de acht uitkomsten uit tabel 1. Ook is de lijn getekend die aangeeft hoe de ultraloop zou zijn verlopen wanneer Streicher de hele afstand had gelopen met haar gemiddelde snelheid over de eerste 15 km. Figuur 1 vind je ook op de uitwerkbijlage.

figuur 1



Met behulp van tabel 1 kun je narekenen dat de gemiddelde snelheid van Streicher gedurende de eerste 15 km hoger was dan gedurende de eerste 88 km. Maar je kunt dat ook zonder berekening zien in figuur 1.

- 17 Leg uit hoe je dit zonder berekening uit figuur 1 kunt afleiden. Je kunt hierbij gebruik maken van de figuur op de uitwerkbijlage.

In 1997 liep Dirk Westerduin de race met een gemiddelde snelheid van 12,78 km/u. Dit beschouwen we als het record op de afstand 120 km. Elke wedstrijdafstand s kent een recordtijd. De recordsnelheid die daarbij hoort, noemen we v . Voor elke wedstrijdafstand s kun je dus zeggen: "Het record op de s km werd gelopen met een (gemiddelde) snelheid van v km/u."

Voor lange afstanden zoals ultralopen kan het verband tussen de afstand s en de recordsnelheid v vrij goed beschreven worden met de formule:

$$v = c - 3,32 \cdot \log s$$

Hierin is c een constante.

Als we deze formule ook willen gebruiken voor korte afstanden, bijvoorbeeld de 100 meter met een toenmalig wereldrecord van 9,77 seconden, dan krijgen we een andere waarde voor de constante c dan bij lange afstanden.

- 18 Laat met een berekening zien dat dit inderdaad het geval is.

veranderingen valt echter te betwijfelen. Het examen vwo C was tevens bezem-examen A1. Dit toch wel bijzondere aspect zorgde eerder in dit cursusjaar voor wat onrust omdat docenten zich op zeker moment zorgen maakten rond de vraag of één examen twee toch echt wel verschillende examenprogramma's kon bedienen. Die onrust lijkt na afloop wat overbodig geweest te zijn: zover we weten is er na afloop nergens een opmerking uit het veld hierover geplaatst. Toch, zoals gemeld, werd vwo C niet met gejuich ontvangen. Men ervoer het niveau veelal als lager dan dat van vwo-A1-2009 en bovendien vond men het aantal vragen met algebraïsche vaardigheden te gering. Over die algebraïsche vragen komen we nog uitvoeriger te spreken bij vwo A maar wel kan al geconstateerd worden dat het laatste woord hierover nog niet gesproken zal zijn. Het lijkt er erg op dat voor veel docenten in het land algebraïsche vaardigheden synoniem zijn met het herschrijven van wiskundige uitdrukkingen. Een vaardigheid waarbij leerlingen met inzicht dienen te redeneren rond een algebraïsche uitdrukking wordt door velen niet als een algebraïsche vaardigheid ervaren en dit terwijl toch ook de PEP-syllabus wel degelijk aandacht voor een dergelijk aspect vraagt in het kader van algebra. Bij vwo A gaan we wat verder op deze problematiek in en proberen we te doorgronden hoe dat tweetal verschillende visies op algebra zich naast elkaar heeft kunnen ontwikkelen. Het examen vwo C was, ondanks de lauwe ontvangst, een examen dat in onze ogen als een geslaagd examen beschouwd kan worden. Met een gemiddelde p' -waarde van 60,37 en p' -waardes van de verschillende vragen die varieerden van 16 (vraag 6) tot 88 (vraag 4) leidde dit examen met een N -term van 0,8 tot een gemiddeld cijfer van 6,2 en 26,3% onvoldoende. Hierbij baseren we ons natuurlijk op de gegevens van de versnelde correctie waarbij dit jaar 2804 kandidaten in de analyse meegenomen werden. Aan de hand van die analyse lijkt trouwens de conclusie gerechtvaardigd dat dit examen van adequate lengte is geweest: tijdnood lijkt niet structureel gespeeld te hebben.

De eerste context *Verzekering* bestond slechts uit twee vragen; **zie tabel 8** [VWO C 2010]. De openingsvraag van deze context scoorde een p' -waarde van 82 en was daarmee in onze ogen geschikt als

openingsactiviteit. Daar dacht niet iedereen zo over: hier en daar werd geklaagd over de vermeende ongeschiktheid van de thematiek van een uitvaartverzekering. Natuurlijk is dit een punt van discussie geweest in de voorgeschiedenis van dit examen: bij een proefversie die ruimschoots voor de afname van dit examen aan diverse deskundigen is voorgelegd, is niet geconstateerd dat men aanstoot nam aan de context als zodanig: kennelijk was men, met de examenmakers, van mening dat voldoende prudent met de materie omgegaan werd. De context werd overigens ook gebruikt in het vwo A-examen en daar is in dit kader geen negatief geluid vernomen. Het lijkt erop dat de criticasters bij C zich 'slechts' stoorden aan het feit dat dit de openingsopgave was, iets dat bij de examenmakers de vraag oproept hoe het kan dat de thematiek als minder storend ervaren wordt als je als kandidaat verder gevorderd bent in het examen.

De tweede context, *Boomgroei*, opende met drie vragen die als behoorlijk eenvoudig gekenmerkt kunnen worden: p' -waarden van achtereenvolgens 77, 88 en 86 vertellen dat het merendeel van de kandidaten hier goed mee uit de voeten bleek te kunnen. Toch leidde vraag 3 tot nogal wat discussie op het forum rond de interpretatie van 'het vierde levensjaar'. Ook de term 'na hoeveel jaren' was kennelijk niet voor iedere kandidaat/docent even helder. Gelukkig gaf het antwoordmodel bij deze vraag de mogelijkheid om zowel een antwoord in een geheel aantal jaren te geven als een antwoord in een nauwkeuriger benadering. De laatste vraag van *Boomgroei* echter won het echter ruimschoots wat betreft het commentaar. Het betrof hier een redenering rond een algemene formule waarbij zonder getallenvoorbeelden moest worden nagegaan dat alle bijbehorende grafieken door de oorsprong gaan (**zie figuur 6**). Dat veel leerlingen na moeten denken over de bedoeling van de toevoeging 'zonder getallenvoorbeelden' is niet vreemd. Maar wel riep het in de ogen van de examenmakers nogal wat vragen op dat veel collega's die toevoeging in tegenspraak vonden met de redenering waarbij de coördinaten van de oorsprong gebruikt werden. Als die oorsprong kern van het onderzoek is, lijkt het in onze ogen niet goed vol te houden dat dit hier gezien kan worden als een getallenvoorbeeld. Hoe dat ook zij, duidelijk is

dat vraag 6 de moeilijkste vraag was van dit examen: $p' = 16$. Niet minder dan 65% van de kandidaten wist hier geen enkel punt te scoren en slechts 8% van de kandidaten scoorde hier het volle pond.

Daarop volgde de context *Stoppen met roken*. De eerste vraag, een vraag rond het lezen van een tabel en bijbehorend procentrekenen, deed het met $p' = 76$ niet slecht. Ook de drie daaropvolgende kansvragen werden door veel leerlingen goed beantwoord, zo leert de analyse. Vraag 11, de laatste vraag van deze context, daarentegen was duidelijk een lastigere. Hierbij moest door een redenering uit het ongerijmde aangetoond worden dat een specifieke verdeling niet normaal verdeeld kon zijn. De vuistregels van de normale verdeling konden hier ingezet worden. Consultering van het forum van de Vereniging leert dat deze vraag zelfs voor een enkele collega interessante oefenstof moet zijn geweest... *Schoonheidssalons* was de vierde context en ook deze opende met een tabel en bijbehorend procentgereken. Uiteraard dient bij het lezen van een tabel wel nagedacht te worden: zo was uit de tabel niet onmiddellijk af te lezen dat er 649 salons waren met elk 2 personen in dienst. De kritiek dat dit een strikvraag zou zijn, zouden we willen bestrijden met de opmerking dat de betreffende tabel 'in het wild' is aangetroffen en ook de betreffende vraag aldaar aan de orde kwam. Na een betrekkelijk probleemloze vraag 13 ($p' = 72$) volgde vraag 14, met $p' = 21$ een van de moeilijkste vragen van dit examen, rond de al dan niet vermeende evenwijdigheid van twee grafieken. Dit heeft nogal wat stof doen opwaaien. En hoewel we niet anders kunnen dan constateren dat de vraag naar de evenwijdigheid een vraag was die bij ons als makers natuurlijkerwijze opdoemde bij het zien van de grafiek, moeten we ook constateren dat er nogal wat collega's zijn die een dergelijke gedachte niet bleken te hebben en zich al helemaal niet konden vinden in de wijze waarop die vraag hier verwoord werd. Wij nemen daar nota van en trekken daar een les uit.

De context *Ultralopen* was de vijfde maar niet de laatste context van dit examen. Openend met een berekening van een gemiddelde snelheid, vervolgde de opgave met een vraag over een bijzondere grafiek waarbij de tijd nu eens niet langs de horizontale maar langs de verti-

cale as geplaatst werd; zie figuur 7 op pag. 10. Ook deze grafiek is niet door de examenmakers verzonnen maar 'in real life' aangetroffen, iets dat ook niet echt verwonderlijk is, gezien het feit dat er toch echt op zekere afstanden tijdwaarnemers staan bij een evenement als een ultraloop. Het commentaar dat hierop op sommige plekken door collega's vermeld werd, wordt door de examenmakers dan ook absoluut niet gedeeld: juist omdat deze weergave niet de standaardrepresentatie betreft, is een vraag als de onderhavige er een waarbij op zinvolle wijze naar begrip en inzicht gevraagd wordt. Overigens werd de vraag niet beroerd gemaakt: $p' = 54$. Niet bepaald standaard was het aantal contexten van dit examen: *Het Doubema* was de zesde opgave, een opgave gevuld met kansgebonden activiteiten. Vermeldenswaardig hier is wellicht het aspect dat vraag 21 een duidelijk alles-of-niets-karakter toont in de analyse: de vraag scoorde met $p' = 62$ niet slecht maar bijzonder is wel dat maar liefst 33% van de leerlingen geen enkel punt bleek te scoren terwijl daarentegen 55% de maximale score 3 behaalde. De overblijvende groep werd min of meer gelijkmatig verdeeld over score 1 en score 2.

VWO A

Zoals al bij de bespreking van vwo C werd aangegeven, was ook hier het thema algebraïsche vaardigheden een heet hangijzer. Die algebra zat in de ogen van de makers in vragen als 10, 12, 13 en 20. Daarbij werd veel aandacht gegeven aan het redeneren binnen het kader van een gegeven formule. Door verschillende collega's werd juist aangegeven de algebra in dit examen te missen. Uit hun commentaren valt op te maken dat men daarbij veelal denkt aan het manipuleren/herleiden van wiskundige uitdrukkingen. Toch zouden de examenmakers deze plek graag willen gebruiken om een lans te breken voor een wat ruimere blik op het onderwerp algebraïsche vaardigheden, daarbij ook verwijzend naar de PEP-syllabus. Waarmee niet gezegd is dat herleiden en aanverwante zaken in de toekomst in examens wiskunde A en/of C niet aan de orde gesteld zouden worden: uiteraard valt dit onder de te examineren aspecten. Wel menen we te constateren dat de discrepantie die er op een aantal plaatsen waar te nemen valt tussen onderwijs en

$$\text{Er geldt: } l = 10 \cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) \text{ en } b = 6 \sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right).$$

- 5 Bereken exact de waarde van b als $l = 8$.

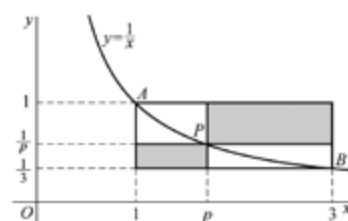
figuur 8 Uit: VWO-B 2010 (Onderzetter)

De punten $A(1, 1)$ en $B(3, \frac{1}{3})$ liggen op de grafiek van $y = \frac{1}{x}$.

We bekijken de rechthoek waarvan A en B hoekpunten zijn en waarvan twee zijden evenwijdig zijn aan de x -as (en de andere twee zijden dus evenwijdig zijn aan de y -as).

Een punt $P(p, \frac{1}{p})$ ligt op de grafiek van $y = \frac{1}{x}$, tussen A en B . De horizontale en de verticale lijn door P verdelen de rechthoek in vier rechthoekige stukken. In figuur 1 zijn de stukken rechtsboven en linksonder grijs aangegeven.

figuur 1



- 14 Bereken langs algebraïsche weg voor welke waarden van p de oppervlakte van het grijze stuk rechtsboven gelijk is aan $\frac{1}{2}$.

figuur 9 Uit: VWO-B 2010 (Een rechthoek in stukken)

veld zeer waarschijnlijk (mede?) veroorzaakt wordt door het feit dat de syllabus ooit verschenen is zonder vergezeld te worden van een voorbeeldexamen dan wel een toetsmatrijs. Verder is de betreffende syllabus rijk gevuld met allerlei aspecten rond die algebraïsche vaardigheden: de indruk kan dan heel gemakkelijk gewekt worden dat de nadruk op die algebra een veel grotere is dan in werkelijkheid door de examenmakers in opdracht van en in overleg met de CvE-vaksectie wiskunde A werd nagestreefd. Dan is het wellicht in retrospectief niet zo vreemd te zien dat methodeschrijvers, de een meer dan de ander, een bepaalde kant op gaan waar examenmakers een andere richting blijken te bewandelen, daarbij onafhankelijk van elkaar opererend. Al met al in onze ogen een pleidooi om bij toekomstige program-maveranderingen de verschillende spelers in het veld meer inzicht in elkaars agenda's te bieden.

Marathonloopsters was de eerste context van dit examen; voor details **zie tabel 9** [VWO A 2010]. Ook het veld bleek tevreden met het feit dat dit de openingsopgave was. En de p'-scores lijken dat te bevestigen: een vriendelijk examenbegin. Wel is het nog de moeite waard de aandacht te vestigen op de discussie rond vraag 2, waarbij onmiskenbaar het model en niet, zoals hier en daar toch wel gedacht bleek te worden, de empirie moest leiden tot een conclusie rond de mogelijkheden van een 52-jarige marathonloopster. Dat met het model ook de grafiek van de gegeven formule bedoeld kon worden, valt niet te ontkennen maar de 'zigzaglijn' valt echt niet onder die interpretatie.

Stoppen met roken, de tweede context, vertoonde grote overlap met de context onder dezelfde naam van vwo C. Wel was ook een A-specifieke activiteit als hypothese-toetsen ondergebracht in deze context, deze keer in de vorm van een tekentoets. Zoals gebruikelijk was dat voor nogal wat leerlingen vrij lastig: 40% van de kandidaten scoorde hier geen enkel punt. De p'-waarde van de betreffende vraag 7 was eveneens 40.

Ook de derde opgave, *Boomgroei*, vertoonde overlap met het vwo C-examen. Aandacht voor differentiëren was er hier ook: in vraag 10. Dat gebeurde in de vorm van een redeneervraag: de afgeleide was reeds in de opgave vermeld en de kandidaat moest

het gedrag van die afgeleide in verband brengen met de groei van de oorspronkelijke functie. Lastig, zo blijkt uit de analyse: $p' = 38$. De laatste vraag van *Boomgroei*, dezelfde redeneervraag als bij vwo C rond de grafiekbundel die door de oorsprong liep, bleek ook hier de lastigste vraag van het examen met $p' = 33$ (**zie figuur 6 op pag. 9**).

De vierde context was de opgave *Inkomen* met als eerste vraag een vraag waarbij het begrip 'lineair interpoleren' aan de orde was. Ongetwijfeld zal geen docent van mening zijn dat de hiermee samenhangende vaardigheid door vwo A-leerlingen niet beheerst dient te worden. De discussie die hierover plaatsvond, had echter met de kennis van het begrip, de terminologie te maken. Geconstateerd moet worden dat de term 'interpoleren' enkele jaren geleden in goed overleg tussen Vereniging, methodeschrijvers en examenmakers in de vernieuwde nomenclatuurlijst is opgenomen. Die lijst maakte onderdeel uit van het nomenclatuurrapport dat 2½ jaar geleden aan het bestuur van de vereniging is aangeboden en publiek gemaakt. Dat vervolgens examenmakers wel en methodeschrijvers kennelijk niet besloten hebben terug te kunnen vallen op dit begrip is heel erg jammer. De vraag zelf scoorde met $p' = 59$ niet onverdienstelijk maar zou het wellicht beter gedaan hebben als het betreffende begrip overal wortel zou hebben geschoten.

Vraag 16, over een lognormaal-verdeelde grootheid, deed het overigens ook niet slecht: $p' = 46$ viel ons, examenmakers, eigenlijk niet tegen. Overigens getuigde ook hier het commentaar – waarbij min of meer geconstateerd werd dat die examenmakers toch altijd rare dingen weten te verzinnen van een enkeling op het forum, niet van al te veel bekendheid met de lognormale verdeling die bij nogal wat in de realiteit voorkomende verdelingen opduikt.

Als slotcontext was er de opgave *Verzekering*. De eerste twee vragen van deze opgave doken al eerder bij vwo C op. En de laatste vraag van deze context ($p' = 53$), tevens de laatste vraag van dit examen was, zoals hierboven aangestipt, een redeneervraag die in zijn relatieve scoreopbouw een mooi regelmatig verloop kende: 25% scoorde 0 punten, 11% had 2 punten, waarna volgden 20%, 16% en 29%. Uit de analyse (13323 kandidaten) bleek

geen reden om te constateren dat dit examen een te grote lengte gehad zou hebben. De gemiddelde p'-waarde van het examen vwo A was 61,36. Met een N-term van 0,7 leverde dit als gemiddelde een 6,2 op en 25,2% onvoldoende. Vermeldenswaardig is wellicht ook het feit dat de 5618 jongens in de steekproef het met $p' = 53,25$ een klein beetje beter deden dan de 7705 meisjes met $p' = 52,42$. De verschillen in p'-waarde tussen de kandidaten uit de verschillende profielen waren daarentegen groter: C&M (1472 kandidaten): met $p' = 47,61$; E&M (6231 kandidaten): met $p' = 52,60$; N&G (2964 kandidaten): met $p' = 55,98$.

Overlap VWO C en A

De verandering in omvang van de overlap tussen beide wiskundevakken in de PEP-programma's (alles wat onder beschrijvende statistiek valt, is geen onderdeel van de te examineren CE-stof van wiskunde C maar wel van wiskunde A) heeft niet geleid tot een substantiële verandering van de overlap in de examens; **zie tabel 10** [VWO overlap C-A] De maximale score van de vragen in de overlap was dit jaar 30, een score die niet structureel afwijkt van het verleden. En ook het verschil in gebleken vaardigheid op de overlapactiviteiten lijkt niet op substantiële veranderingen ten opzichte van het recente verleden te duiden: in p'-waarde is dat verschil op de overlap 9, volledig in lijn met het verschil op de overlap tussen wiskunde A1 en A12. Uiteraard manifesteert dat verschil zich bij moeilijkere vragen eerder dan bij eenvoudige: vergelijk het verschil tussen de scores 86 en 90 bij vraag C-5/A-11 met dat tussen de scores 16 en 33 bij vraag C-6/A-13.

VWO A12-bezem en de overlap met VWO A

Het bezemexamen vwo A12 bestond, net als vwo A, uit 5 verschillende contexten. Drie van deze contexten kwamen ook in het vwo A-examen voor: *Marathonloopsters*, *Stoppen met roken* en *Inkomen* waren identiek aan hun pendanten in vwo A. De contexten *Contributie* en *Klokken* kwamen daarentegen enkel in het bezemexamen voor. De tabel met p'-waarden, **zie tabel 11** [VWO A12-bezem], geeft wat specifieke informatie over de verschillende vragen, maar dient wel van de kanttekening voorzien te worden dat deze tabel gebaseerd

is op de resultaten van slechts 56 kandidaten: de leerlingen van het vavo worden niet in de Cito-analyse betrokken. **Uit tabel 12** [VWO overlap A – A12-bezem] waarin de overlap met vwo A in kaart gebracht wordt, valt af te lezen dat deze 56 A12-kandidaten een gemiddelde p'-waarde van 56 op de overlap haalden waar de A-kandidaten op diezelfde overlap p' = 65 haalden. Het trekken van een conclusie over de gestegen vaardigheid van de A-populatie lijkt echter enkele bruggen te ver: de bezem-populatie is niet het juiste referentiekader hiervoor en bovendien is de steekproef van 56 in dit opzicht onverantwoord klein. Voor het bezemexamen is een N-term van 0,8 vastgesteld. Het gemiddelde van de groep van 56 bezemkandidaten kwam daarmee op 5,9 en het percentage onvoldoende werd 37,5 (wat inhoudt dat 21 van deze bezemkandidaten een onvoldoende opliepen). Ook hier geeft de analyse trouwens geen aanleiding om te veronderstellen dat er sprake zou zijn geweest van een te lang examen.

VWO B / B1-bezem / B12-bezem [Ruud Stolwijk]

Het examen vwo wiskunde B is in het algemeen goed ontvangen. Van dit eerste examen in het nieuwe vwo B-programma kan hooguit gezegd worden dat het wat aan de lange kant was. Verder bleek de verwerking van de veranderingen ten opzichte van het oude programma in lijn met de verwachtingen van de overgrote meerderheid van de docenten. Met name de hoeveelheid algebra (een punt dat immers veel aandacht krijgt) sloot niet alleen bij deze verwachtingen aan, maar ook bij de weg die op dit terrein de afgelopen jaren in de vwo B-examens al was ingeslagen. De analyses van dit examen vonden plaats op basis van gegevens van 14095 leerlingen, waarvan bijna 3100 van buiten het N&T-profiel. Dat de N&T'ers de beste scores leverden, verbaast ongetwijfeld niemand, en verder zal het ook geen verbazing wekken dat qua domeinverdeling de analyse-onderdelen het met een gemiddelde p'-waarde van 65 het beste deden. De goniometrie (die in de opgave *Onderzetter* aan de orde kwam) bleef met een gemiddelde p'-waarde van 54 misschien wat achter bij de verwachtingen. En wat het van tevoren door menigeen met angst en beven bekeken domein meetkunde betreft: leest u

vooral verder!

Het examen begon met een analyse-opgave, *Gelijke oppervlakten*. De keuze voor deze opgave als startopgave leverde redelijk wat kritiek op, maar kijkend naar de uiteindelijke resultaten (*zie tabel 13* [VWO B 2010]) blijkt het niet eenvoudig in deze opgavenset een betere startvraag te vinden. Vraag 2 kostte veel leerlingen veel tijd, niet altijd met het gewenste eindresultaat, maar de meeste leerlingen wisten daar toch wel 3 of meer punten te scoren.

De goniometrie kwam in de opgave *Onderzetter* aan bod. In ieder geval één vraag van deze opgave bleef verre van onopgemerkt: op het forum op de site van de NVvW ging ruim 40% van de reacties over vraag 5: 'Bereken exact de waarde van b als $l = 8$.' Een vraag zoals die de afgelopen 10 jaar wel vaker gesteld is, en (in de beleving van in ieder geval de examenmakers) geformuleerd op een manier die duidelijk maakt dat inzet van de grafische rekenmachine hier niet is toegestaan. Een blik in het in opdracht van de NVvW opgestelde en in september 2007 verschenen Nomenclatuurrapport leert het volgende: 'de term "bereken" laat de wijze van berekenen vrij, maar de toevoeging 'exact' legt beperkingen voor de wijze van berekenen op.' Deze beperkingen zouden iedere leerling en docent bekend behoren te zijn, en zij staan simpelweg niet toe dat aan een oplossing waarbij een leerling iets als ' $\sin(\cos^{-1}(0,8)) = 0,6$ ' noteert, alle punten mogen worden toegekend; *zie figuur 8*. Als derde opgave volgde een meetkunde-opgave, en dat is hier aanleiding om een paar zinnen te wijden aan het domein meetkunde. En dan doelen we niet op het feit dat sommige docenten bij vraag 9 liever, in plaats van de opdracht 'Tekenen', 'Construeer' hadden gezien, want dit laatste woord staat simpelweg niet in het Nomenclatuurrapport en kan daarmee niet in examens gebruikt worden. Wel wordt daarbij op het volgende gedoeld. Tot vorig jaar stond voor leerlingen buiten het N&T-profiel – en dat waren er heel wat – de mogelijkheid open om wiskunde B1 (een vak zonder meetkunde) te volgen. Bovendien werd door de B12-leerlingen een flink aantal studielasturen besteed aan het domein (voortgezette) meetkunde. In het nieuwe B-programma moesten al deze leerlingen het in inhoud en tijdsomvang flink afgenomen domein meetkunde

doorwerken. Het veld was van tevoren terecht in gespannen afwachting van het gewenste niveau en de prestaties van de leerlingen op dit domein. **Uit tabel 13** [VWO B 2010] valt af te leiden dat de gemiddelde p'-waarde voor de meetkunde-onderdelen in het examen 52 is, wat betekent dat de leerlingen het dus heel aardig hebben gedaan op dit door velen terecht met de nodige zorg bekeken domein. Het betekent ook dat de inschatting vooraf door de examenmakers geen slechte was. Enig rumoer was er wel over de verplichting verwijzingen naar gebruikte stellingen te vermelden. Waarschijnlijk is hier voor een deel sprake van gewenning, met name voor docenten zonder B12-ervaring.

Het onderwerp in de opgave *Condensatoren* was weliswaar natuurkundig van aard, maar natuurkundige kennis was bij deze opgave niet noodzakelijk. Omdat uiteraard bij elke contextkeuze bij leerlingen sprake kan zijn van voordeel van specifieke kennis op het gebied van de context, wordt bij de formulering van dergelijke opgaven altijd extra zorgvuldig naar dit aspect gekeken. Blijkbaar was dat aardig gelukt: deze opgave was met een gemiddelde (gewogen) p'-waarde van 67 zelfs de best scorende opgave in het hele examen.

De volgende twee opgaven, *Een rechthoek in stukken (zie figuur 9)* en *Logaritmen en de vierde macht*, gaven weinig bijzonderheden: de bedoeling was duidelijk (waarbij de formulering 'Bereken exact' in de vragen 15 en 16 overigens geen enkele commotie veroorzaakte...), het correctievoorschrift voor vrijwel iedereen helder en de scores netjes.

Bij de laatste opgave, *Een geodriehoek*, werd voor het (standaard)bewijs van vraag 17 met een p'-waarde van 74 door de leerlingen goed gescoord. De laatste vraag bleef voor een deel van de leerlingen te veel van het goede: de vraag was te lastig, de tijd was te kort, of wellicht speelde een combinatie van beide; de al in het begin van dit stuk aangehaalde tijdnood manifesteerde zich hier, zeker voor een deel van de kandidaten. Maar uiteindelijk deed dit examen met een N-term van 1,1, een gemiddeld cijfer van 6,4 en een percentage onvoldoende van 29,6 recht aan de vwo B-leerlingen. Tot slot nog een kort woord over de bezemexamens B1 en B12. Op 'gewone' middelbare scholen (dus niet op ROC's,

particuliere scholen en dergelijke) nam slechts een klein aantal leerlingen deel aan deze examens. Op basis van de resultaten van 100 leerlingen besloot het CvE voor wiskunde B1 tot een N-term van 1,9. Dit leverde een gemiddeld cijfer van 5,8 met een percentage onvoldoende van 43. Op basis van de resultaten van 59 B12-leerlingen besloot het CvE voor dat vak tot een N-term van 2,8, wat voor wiskunde B12 een gemiddeld cijfer van 5,8 en een percentage onvoldoende van 41 tot gevolg heeft.

Noten

- [1] De centrale examens (opgaven, bijlagen, correctievoorschrift) kunnen worden gedownload via de website van Cito (www.cito.nl);
 vmbo: www.cito.nl/volce/vmbolex2010/eind_fr.htm
 havo/vwo: www.cito.nl/volce/havovwo/ex2010/eind_fr.htm
- [2] CvE staat voor *College voor Examens*. Het CvE is sinds najaar 2009 de opvolger van de CEVO.
- [3] Uiteraard begrijpen we als examenmakers dat de (te?) geringe lestijd als gevolg heeft dat veel leerlingen dit niet aankunnen. Voor docenten is het frustrerend te zien dat de leerlingen niet kunnen wat ze hadden gehoopt.

Over de auteurs

Ger Limpens, Paul van der Molen, Jos Remijn, Melanie Steentjes en Ruud Stolwijk zijn wiskundemedewerkers en toetsdeskundigen van Cito te Arnhem (website: www.cito.nl). Hun e-mailadressen zijn achtereenvolgens: ger.limpens@cito.nl, paul.vandermolen@cito.nl, jos.remijn@cito.nl, melanie.steenjtes@cito.nl en ruud.stolwijk@cito.nl

Ter gelegenheid van de
400e sterfdag van Ludolph van Ceulen
 is de 31e Zebra verschenen

Meester Ludolphs koordenvierhoek

door Marjanne de Nijis en Steven Wepster

Ludolph van Ceulen hield zich in de 16e eeuw bezig met een populair probleem uit de meetkunde:
 hoe construeer je een koordenvierhoek met vier gegeven zijden? In dit boekje kun je je verwonderen over de wiskunde van vier eeuwen geleden en zie je dat wiskunde een vak in beweging is. Met veel opgaven en ook een aantal oude citaten raak je vertrouwd met de wiskunde van toen.



 www.epsilon-uitgaven.nl
 Zebra-reeks nr. 31, ISBN 978-90-5041-119-6, €9,00

Tabel 1 – Leerlingenaantallen 2010

VMBO		HAVO		VWO	
Wiskunde BB digitaal	18895	Wiskunde A	37779	Wiskunde C (A1 bezem)	3701
Wiskunde BB	886	Wiskunde B	14828	Wiskunde A	17529
Wiskunde KB digitaal	3232	totaal	52607	Wiskunde A12 bezem	714
Wiskunde KB	20933			Wiskunde B	18082
Wiskunde GL/TL	46460			Wiskunde B1 bezem	1721
totaal	90406			Wiskunde B12 bezem	536
				totaal	42283
totaal generaal		185296			

Tabel 2 – Verzamelde N-termen

1e tijdvak 2010	VMBO					HAVO		VWO					
	BB (*)	BB papier	KB digitaal	KB papier	GL/TL	A	B	C	A	A12 bezem	B	B1 bezem	B12 bezem
N-term	variërend van 0,8 tot 1,6	1,4	variërend van 0,9 tot 1,2	0,7	0,4	0,5	1,5	0,8	0,7	0,8	1,1	1,9	2,8
gemiddelde	6,5	6,7	6,1	6,0	6,0	6,3	5,9	6,2	6,2	5,9	6,4	5,8	5,8
% onvoldoende	24,0	22,9	31,0	35,6	33,8	27,1	38,0	26,3	25,2	37,5	29,6	43,0	41,0

(*) diverse varianten

Tabel 3 – VMBO GL/TL 2010

opgave	Stappenteller					Van B naar A					Magnetic				Kogelstootbaan			Konijneneiland				Gevelvlag		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
max. score	2	4	2	3	4	2	2	3	3	4	2	4	3	3	4	5	4	2	2	4	3	4	4	3
p'-waarde	83	49	27	69	51	87	56	58	85	52	68	95	78	84	55	36	24	80	92	68	51	74	56	72

Tabel 4 – VMBO KB 2010

opgave	Pitabrood				Quetelet-index				Van B naar A					Magnetic				Gevelvlag				Onweer			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
max. score	2	3	2	4	2	3	2	2	2	2	3	3	4	2	4	3	3	4	4	4	3	3	3	3	3
p'-waarde	82	85	73	36	93	71	69	85	73	45	35	68	27	53	77	46	90	86	48	26	47	74	46	62	19

Tabel 5 – VMBO overlap GL/TL – KB

		opgave	Van B naar A					Magnetic				Gevelvlag		
		max. score	2	2	3	3	4	2	4	4	3	4	4	3
GL/TL	vraagnr.		6	7	8	9	10	11	22	23	24			
	p'-waarde		87	56	58	85	52	68	74	56	72			
KB	vraagnr.		9	10	11	12	13	14	19	20	21			
	p'-waarde		73	45	35	68	27	53	48	26	47			
		verschil in p'-waarden	14	11	23	17	25	15	26	30	25			

Tabel 6 – HAVO A 2010

opgave	Tenniswedstrijd					China's defensie-uitgaven				Gastransport				Kogelwerende vesten				Brandstofverbruik					
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
max. score	3	4	3	4	6	3	4	5	5	3	3	2	3	4	3	2	3	4	3	4	4	4	3
p'-waarde	93	86	62	59	63	79	44	58	59	56	69	59	13	86	67	44	86	65	89	78	63	53	36

Tabel 7 – HAVO B 2010

opgave	Diersoorten				Tetraëder van Bottrop			Raken	AWS				Snijpunt	Bloempot		Wortelfunctie	
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
max. score	3	5	4	3	4	4	4	7	3	5	5	5	6	5	5	4	5
p'-waarde	94	42	21	60	31	39	72	29	68	23	76	79	41	38	46	52	49

Tabel 8 – VWO C 2010

opgave	Verzekering		Boomgroei				Stoppen met roken				Schoonheids-salons				Ultralopen			Doubema				
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
max. score	3	3	5	3	3	4	4	3	3	4	4	3	3	3	4	5	3	4	3	4	3	3
p'-waarde	82	58	77	88	86	16	76	66	68	65	39	65	72	21	63	66	54	34	77	48	62	58

Tabel 9 – VWO A 2010

opgave	Marathon-loopsters			Stoppen met roken					Boomgroei					Inkomen				Verzekering			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
max. score	3	3	5	4	4	4	6	4	5	6	3	4	4	5	4	6	3	3	6	4	
p'-waarde	97	91	71	88	56	81	40	49	81	38	90	59	33	59	67	46	85	64	41	53	

Tabel 10 – VWO overlap C – A

	opgave	Verzekering		Boomgroei			Stoppen met roken		
	max. score	3	3	5	3	4	4	4	4
C	vraagnr.	1	2	3	5	6	7	10	11
	p'-waarde	82	58	77	86	16	76	65	39
A	vraagnr.	17	18	9	11	13	4	6	8
	p'-waarde	85	64	81	90	33	88	81	49

Tabel 11 – VWO A12-bezem

opgave	Marathon-loopsters			Stoppen met roken					Contributie				Klokken				Inkomen			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	3	3	5	4	4	4	6	4	3	3	6	4	3	4	3	4	4	5	4	6
p'-waarde	99	91	53	90	47	68	27	37	86	74	69	33	71	51	95	42	13	51	54	43

Tabel 12 – VWO overlap A – A12-bezem

	opgave	Marathon-loopsters			Stoppen met roken				Inkomen			
	max. score	3	3	5	4	4	4	6	4	5	4	6
A	vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	14	15	16
	p'-waarde	97	91	71	88	56	81	40	49	59	67	46
A12-bezem	vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	18	19	20
	p'-waarde	99	91	53	90	47	68	27	37	51	54	43

Tabel 13 – VWO B 2010

opgave	Gelijke oppervlakten			Onderzetter				Aan een cirkel...		Condensatoren			Een rechthoek in stukken		Logaritmen...		Een geodriehoek	
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
max. score	4	6	5	3	4	5	5	4	4	5	3	6	6	5	5	6	4	4
p'-waarde	81	60	52	78	38	57	51	50	67	36	67	71	62	67	65	61	74	33